

第八章 相量法

重点

1. 正弦量的表示法、相位差；
2. 正弦量的相量表示；
3. 电路定理的相量形式。

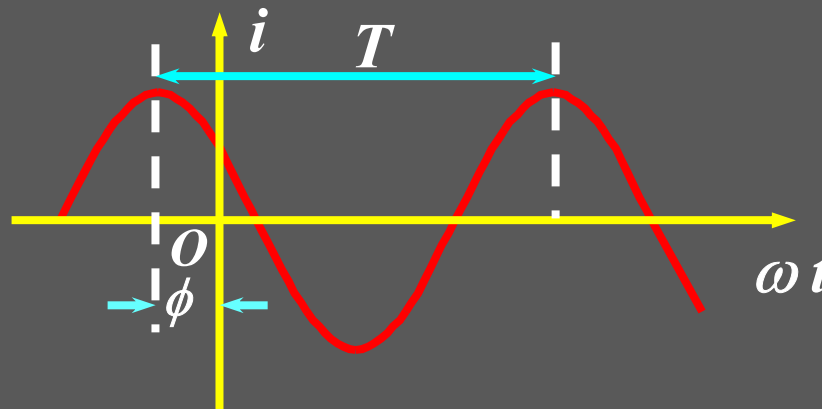
8.1 正弦量的基本概念

1. 正弦量

瞬时值表达式:

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi)$$

波形:



正弦量为周期函数 $f(t) = f(t + kT)$

周期 T (period) 和频率 f (frequency):

$$f = \frac{1}{T}$$

{ 周期 T : 重复变化一次所需的时间。 单位: s, 秒
频率 f : 每秒重复变化的次数。 单位: Hz, 赫(兹)

正弦电流电路

→ 激励和响应均为正弦量的电路（正弦稳态电路）称为正弦电路或交流电路。

研究正弦电路的意义

（1）正弦稳态电路在电力系统和电子技术领域占有十分重要的地位。

优点

- 1) 正弦函数是周期函数，其加、减、微分、积分运算后仍是同频率的正弦函数；
- 2) 正弦信号容易产生、传送和使用。

（2）正弦信号是一种基本信号，任何变化规律复杂的信号可以分解为按正弦规律变化的分量。

$$f(t) = \sum_{k=1}^n A_k \cos(k\omega t + \theta_k)$$

2. 正弦量的三要素

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi)$$

(1) 幅值 (*amplitude*) (振幅、最大值) I_m

→ 反映正弦量变化幅度的大小。

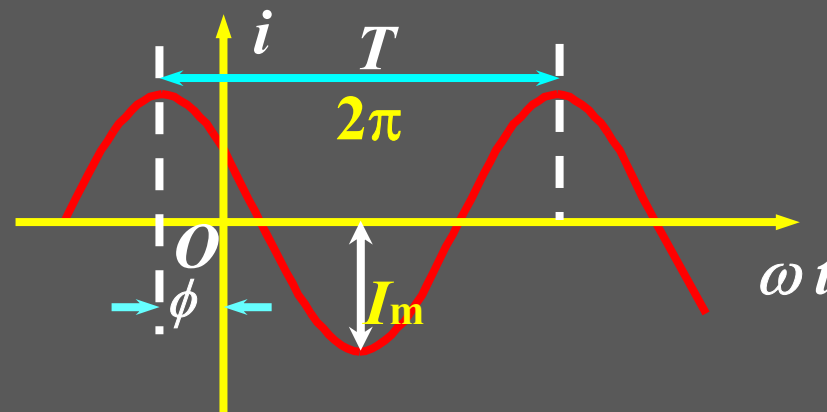
(2) 角频率 (*angular frequency*) ω

→ 相位变化的速度，反映正弦量变化快慢。

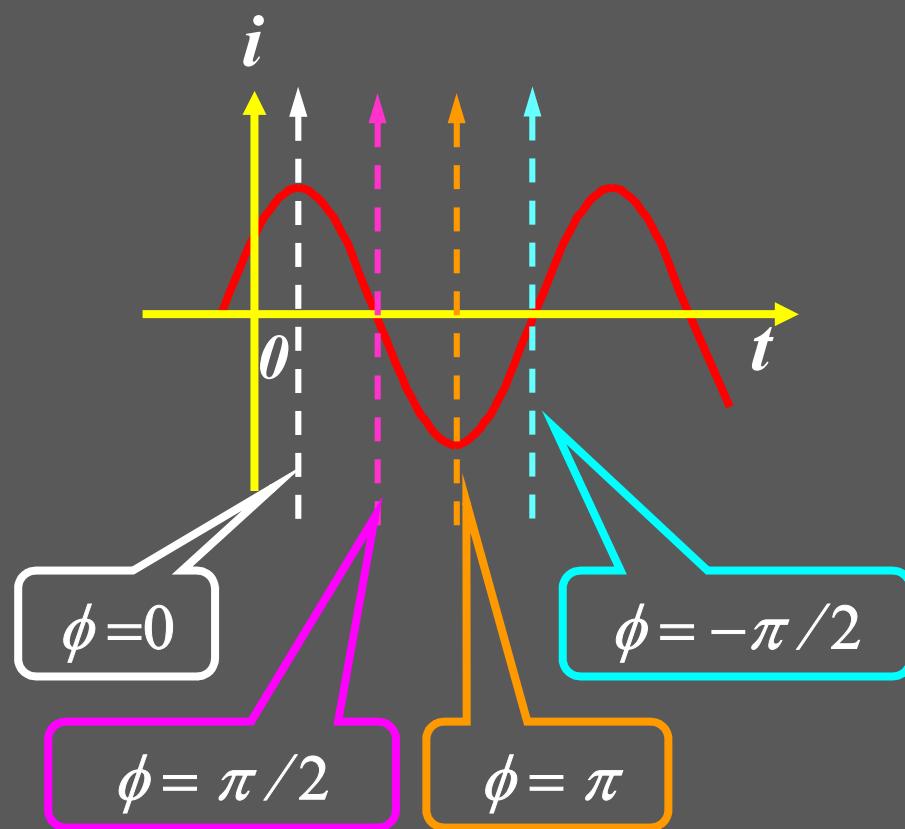
$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad \text{单位: rad/s, 弧度/秒}$$

(3) 初相位 (*initial phase angle*) ϕ

→ 反映正弦量的计时起点，常用角度表示。

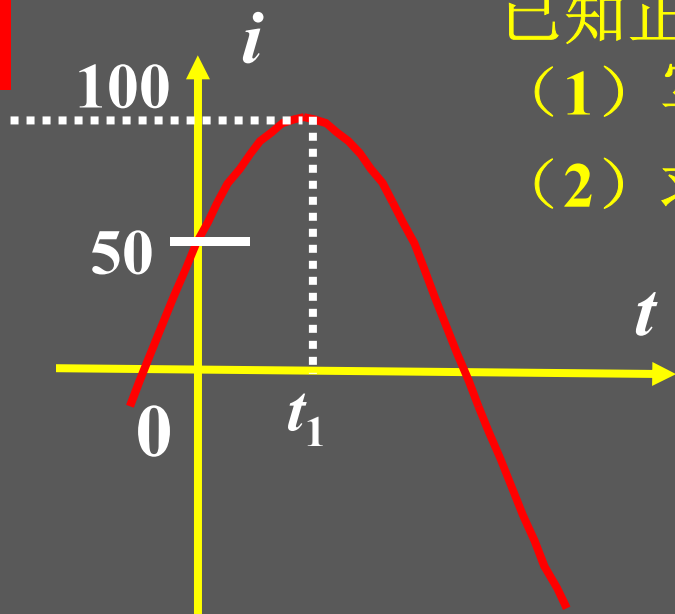


同一个正弦量，计时起点不同，初相位不同。



一般规定： $|\phi| \leq \pi$

例



已知正弦电流波形如图, $\omega = 10^3 \text{ rad/s}$,

(1) 写出 $i(t)$ 表达式;

(2) 求最大值发生的时间 t_1

解

$$i(t) = 100 \cos(10^3 t + \phi)$$

$$t = 0 \rightarrow 50 = 100 \cos \phi$$

$$\rightarrow \phi = \pm \pi/3$$

由于最大值发生在计时起点右侧

$$\phi = -\frac{\pi}{3}$$

$$i(t) = 100 \cos(10^3 t - \frac{\pi}{3})$$

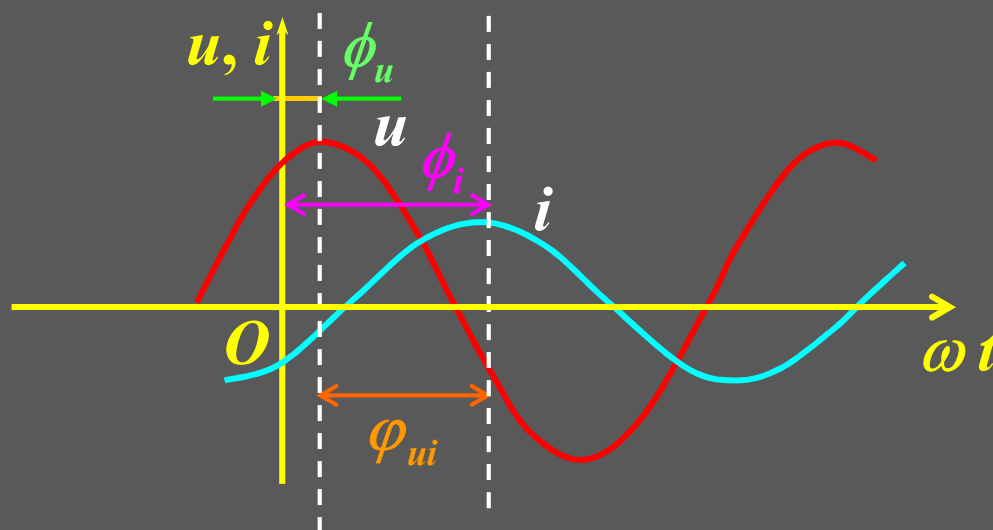
$$\text{当 } 10^3 t_1 = \pi/3 \text{ 有最大值} \rightarrow t_1 = \frac{\pi/3}{10^3} = 1.047 \text{ ms}$$

3. 同频率正弦量的相位差 (*phase difference*)

设: $u(t) = U_m \cos(\omega t + \phi_u)$, $i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi_i)$

则相位差: $\varphi_{ui} = (\omega t + \phi_u) - (\omega t + \phi_i) = \phi_u - \phi_i$

同频正弦量的相位差等于初相位之差。

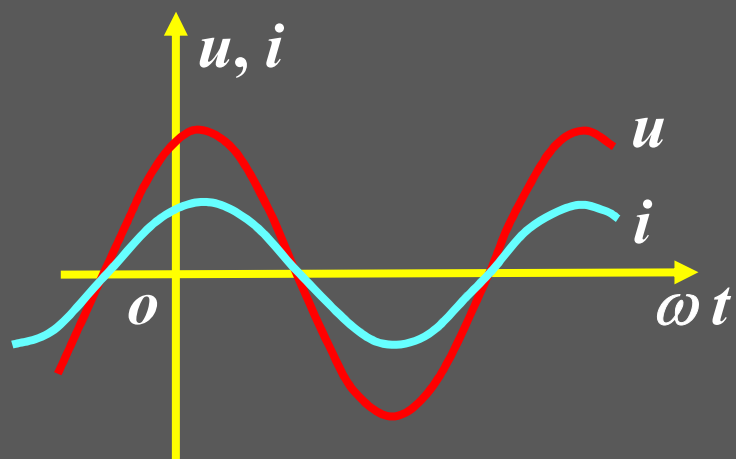


规定: $|\varphi| \leq \pi$

- $\varphi_{ui} > 0$, u 超前于 i , 或 i 落后于 u , u 比 i 先到达最大值;
- $\varphi_{ui} < 0$, i 超前于 u , 或 u 滞后 i , i 比 u 先到达最大值。

特殊相位关系

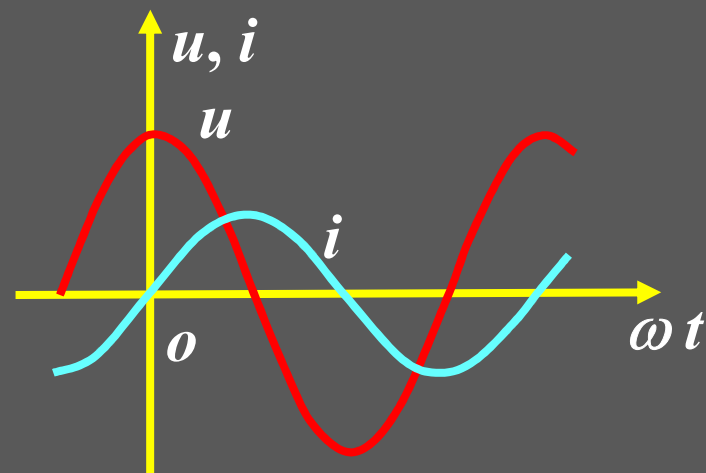
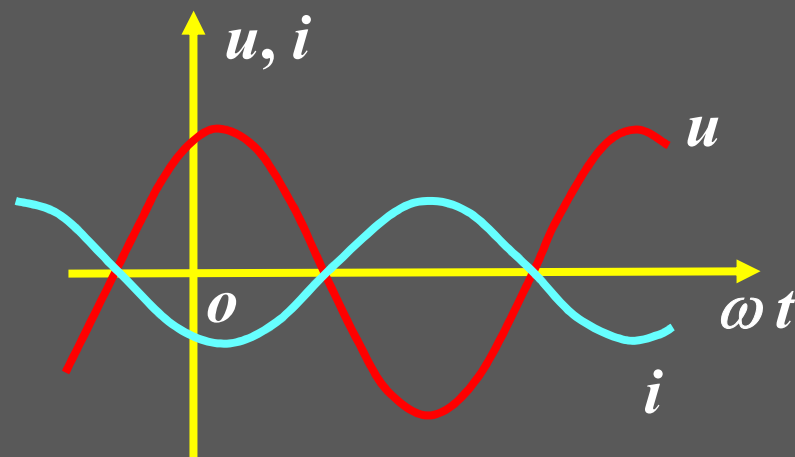
$\varphi = 0$ ，同相



$\varphi = \pi / 2$

u 领先 i 于 $\pi/2$ ，不说 u 落后 i 于 $3\pi/2$ ；
 i 落后 u 于 $\pi/2$ ，不说 i 领先 u 于 $3\pi/2$ 。

$\varphi = \pm \pi$ ，反相



同样可比较两个电压或两个电流的相位差。

例 计算下列两正弦量的相位差。

(1) $i_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 3\pi/4)$ $\varphi_{12} = 3\pi/4 - (-\pi/2) = 5\pi/4 > \pi$

$i_2(t) = 10 \cos(100\pi t - \pi/2)$ $\rightarrow \varphi_{12} = -2\pi + 5\pi/4 = -3\pi/4$

(2) $i_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 30^\circ)$ $i_2(t) = 10 \cos(100\pi t - 105^\circ)$

$i_2(t) = 10 \sin(100\pi t - 15^\circ)$ $\rightarrow \varphi_{12} = 30^\circ - (-105^\circ) = 135^\circ$

(3) $u_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 30^\circ)$

$u_2(t) = 10 \cos(200\pi t + 45^\circ)$

$\omega_1 \neq \omega_2$

不能比较相位差

(4) $i_1(t) = 5 \cos(100\pi t - 30^\circ)$

$i_2(t) = 3 \cos(100\pi t - 150^\circ)$

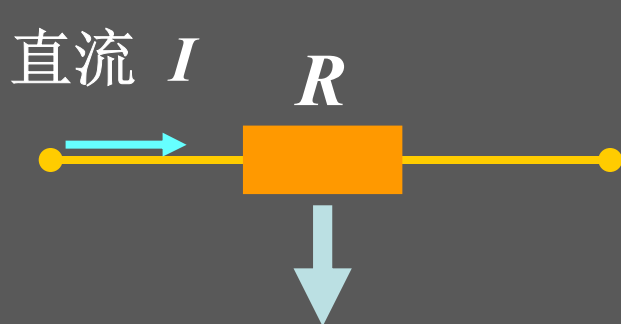
$i_2(t) = -3 \cos(100\pi t + 30^\circ)$ $\rightarrow \varphi_{12} = -30^\circ - (-150^\circ) = 120^\circ$

两个正弦量进行相位比较时应满足同频率、同函数、同符号，且在主值范围比较。

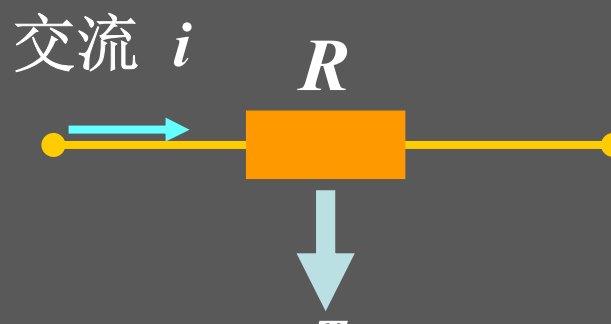
4. 周期性电流、电压的有效值

周期性电流、电压的瞬时值随时间而变，为了衡量其效果，在工程上采用有效值来表示。

周期电流、电压有效值 (*effective value*) 定义

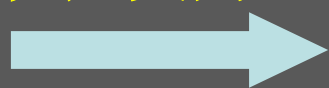


$$W = RI^2T$$



$$W = \int_0^T Ri^2(t)dt$$

电流有效
值定义为



$$I \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t)dt}$$

有效值也称均方根值
(*root-mean-square*)

同样，可定义电压有效值：

$$U \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}$$

正弦电流、电压的有效值

设： $i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi)$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \cos^2(\omega t + \phi) dt}$$

$$= \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 I_m$$



$$I_m = \sqrt{2} I$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \phi)$$

同理，可得正弦电压有效值与最大值的关系：

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} U_m \quad \text{或} \quad U_m = \sqrt{2} U$$

若一交流电压有效值为 $U=220\text{V}$ ，则其最大值为 $U_m \approx 311\text{V}$ ；

$U=380\text{V}$ ，

$U_m \approx 537\text{V}$ 。

注

(1) 工程上所说的交流电压、电流一般指有效值，如设备铭牌额定电压、额定电流、额定功率、耐压值指的是有效值。在交流电路中，电压水平、耐压值指的是有效值。在交流电路中，电压水平、耐压值指的是有效值。

i, I_m, I

(2) 测量中，交流测量仪表指示的电压、电流读数一般为有效值。

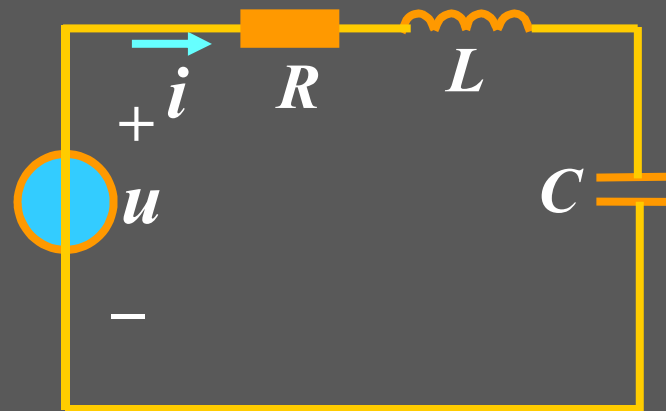
(3) 区分电压、电流的瞬时值、最大值、有效值的符号。

8.2 正弦量的相量表示

1. 问题的提出

电路方程是微分方程：

$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + RC \frac{du_C}{dt} + u_C = u(t)$$



若激励是正弦量，则电路的响应也是同频率的正弦量，正弦量的各阶微分和积分仍然是同频率的正弦量。所以，我们只需关心电路响应的有效值和初相位，可以不理睬正弦量的角频率。

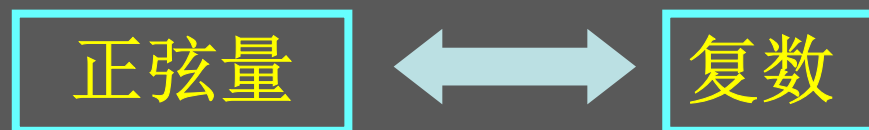
两个正弦量的相加：如KCL、KVL方程运算。

$$i_1 = \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t + \phi_1)$$

$$i_2 = \sqrt{2} I_2 \cos(\omega t + \phi_2)$$

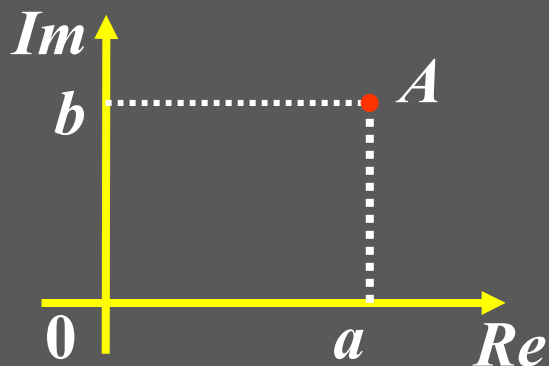
$$i_3 = \sqrt{2} I_3 \cos(\omega t + \phi_3)$$

因同频的正弦量相加仍得到同频的正弦量，所以，只要确定初相位和有效值(或最大值)就行了。一个复数的极坐标形式包含了模和辐角，因此：



2. 复数及运算

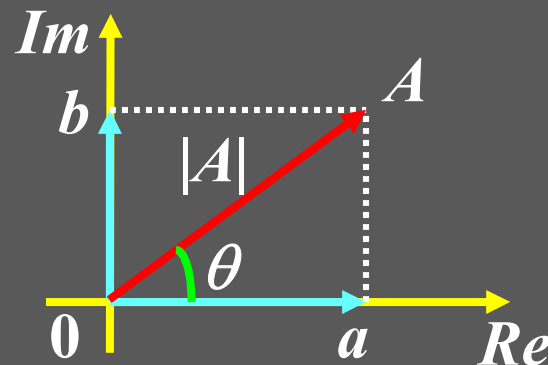
复数 A 的表示形式



$$A = a + jb$$

$$A = a + jb$$

($j = \sqrt{-1}$ 为虚数单位)



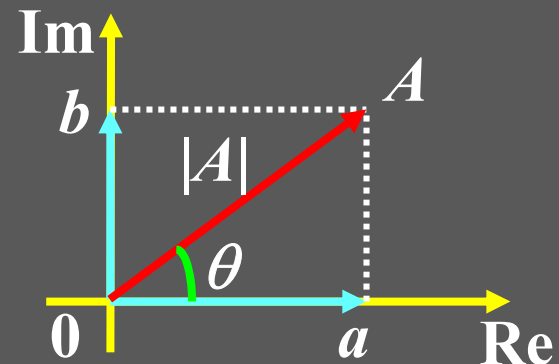
$$A = |A| e^{j\theta}$$

$$A = |A| e^{j\theta} = |A| (\cos \theta + j \sin \theta) = a + jb$$

$$A = |A| e^{j\theta} = |A| \angle \theta$$

两种表示法的关系

$$A = a + jb = |A| \angle \theta$$



$$\begin{cases} |A| = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \theta = \arctg \frac{b}{a} \end{cases}$$

或

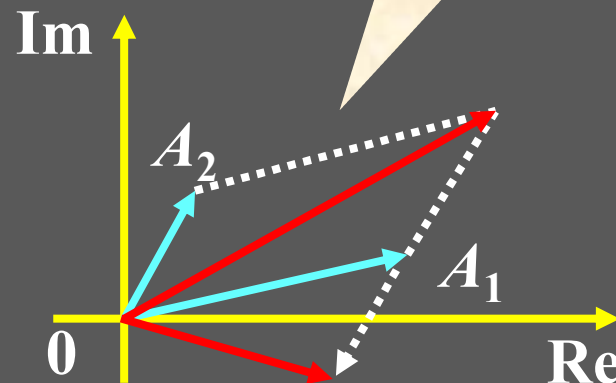
$$\begin{cases} a = |A| \cos \theta \\ b = |A| \sin \theta \end{cases}$$

复数运算

(1) 加减运算——采用代数形式

$$\text{若: } A_1 = a_1 + jb_1, A_2 = a_2 + jb_2$$

$$\text{则: } A_1 \pm A_2 = (a_1 \pm a_2) + j(b_1 \pm b_2)$$



(2) 乘除运算——采用极坐标形式

$$\text{若: } A_1 = |A_1| \angle \theta_1, \quad A_2 = |A_2| \angle \theta_2$$

$$\begin{aligned} \text{则: } A_1 \cdot A_2 &= |A_1| e^{j\theta_1} \cdot |A_2| e^{j\theta_2} = |A_1| |A_2| e^{j(\theta_1 + \theta_2)} \\ &= |A_1| |A_2| \angle (\theta_1 + \theta_2) \end{aligned}$$

复数乘法：模相乘，角相加。

$$\begin{aligned} \frac{A_1}{A_2} &= \frac{|A_1| \angle \theta_1}{|A_2| \angle \theta_2} = \frac{|A_1| e^{j\theta_1}}{|A_2| e^{j\theta_2}} = \frac{|A_1|}{|A_2|} e^{j(\theta_1 - \theta_2)} \\ &= \frac{|A_1|}{|A_2|} \angle (\theta_1 - \theta_2) \end{aligned}$$

复数除法：模相除，角相减。

例1 $5\angle 47^\circ + 10\angle -25^\circ = ?$

解 $5\angle 47^\circ + 10\angle -25^\circ = (3.41 + j3.657) + (9.063 - j4.226)$
 $= 12.47 - j0.569 = 12.48\angle -2.61^\circ$

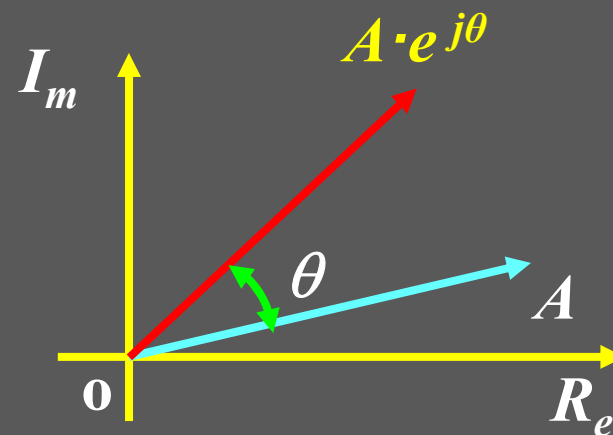
例2 $220\angle 35^\circ + \frac{(17 + j9)(4 + j6)}{20 + j5} = ?$

解 原式 $= 180.2 + j126.2 + \frac{19.24\angle 27.9^\circ \times 7.211\angle 56.3^\circ}{20.62\angle 14.04^\circ}$
 $= 180.2 + j126.2 + 6.728\angle 70.16^\circ$
 $= 180.2 + j126.2 + 2.238 + j6.329$
 $= 182.5 + j132.5 = 225.5\angle 36^\circ$

(3) 旋转因子

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta = 1 \angle \theta$$

$A \cdot e^{j\theta}$ 相当于 A 逆时针旋转一个角度 θ ，而模不变。故把 $e^{j\theta}$ 称为旋转因子。

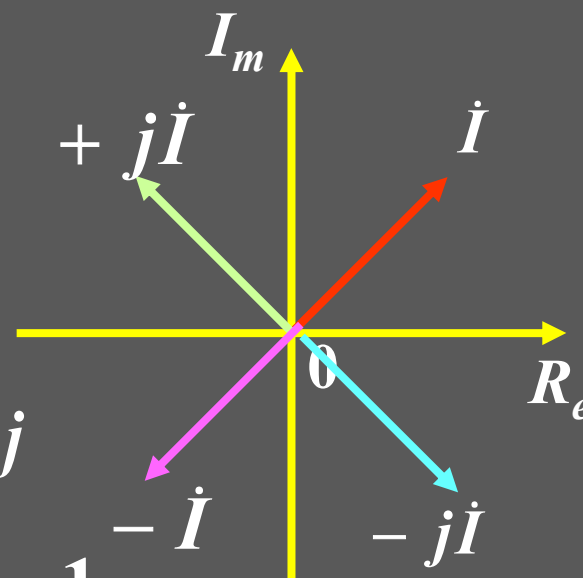


几种不同 θ 值时的旋转因子

$$\theta = \frac{\pi}{2}, \quad e^{j\frac{\pi}{2}} = \cos \frac{\pi}{2} + j \sin \frac{\pi}{2} = +j$$

$$\theta = -\frac{\pi}{2}, \quad e^{-j\frac{\pi}{2}} = \cos(-\frac{\pi}{2}) + j \sin(-\frac{\pi}{2}) = -j$$

$$\theta = \pm\pi, \quad e^{\pm j\pi} = \cos(\pm\pi) + j \sin(\pm\pi) = -1$$



故 $+j$, $-j$, -1 都可以看成旋转因子。

3. 正弦量的相量表示

用复数的模和幅角来表示正弦量的有效值和初相，就构成了相量。

$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \phi) \quad \dot{I} = I \angle \phi$$

{ 相量的模表示正弦量的有效值
相量的幅角表示正弦量的初相位

同样可以建立正弦电压与相量的对应关系：

$$u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \theta) \Leftrightarrow \dot{U} = U \angle \theta$$

例1 已知

$$i = 141.4 \cos(314t + 30^\circ) \text{ A}$$

$$u = 311.1 \cos(314t - 60^\circ) \text{ V}$$

试用相量表示 i, u .

解

$$\dot{I} = 100 \angle 30^\circ \text{ A}$$

$$\dot{U} = 220 \angle -60^\circ \text{ V}$$

例2 已知 $\dot{I} = 50\angle 15^\circ \text{ A}$, $f = 50\text{Hz}$.

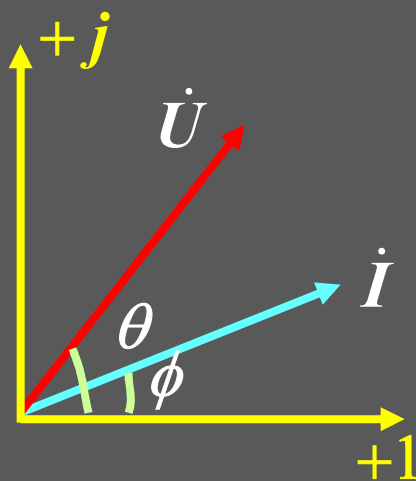
试写出电流的瞬时值表达式。

解 $i = 50\sqrt{2}\cos(314t + 15^\circ) \text{ A}$

相量图



在复平面上用向量表示相量的图



$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \phi) \Leftrightarrow \dot{I} = I\angle\phi$$

$$u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \theta) \Leftrightarrow \dot{U} = U\angle\theta$$

4. 相量法的应用

(1) 同频率正弦量的加减

$$\begin{array}{ccc} i_1 \pm i_2 = i_3 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \uparrow \\ \dot{I}_1 \pm \dot{I}_2 = \dot{I}_3 \end{array}$$

故同频正弦量相加减运算变成对应相量的相加减运算。

例

$$u_1(t) = 6\sqrt{2}\cos(314t + 30^\circ) \text{ V}, u_2(t) = 4\sqrt{2}\cos(314t + 60^\circ) \text{ V}$$

求: $u_1(t) + u_2(t)$

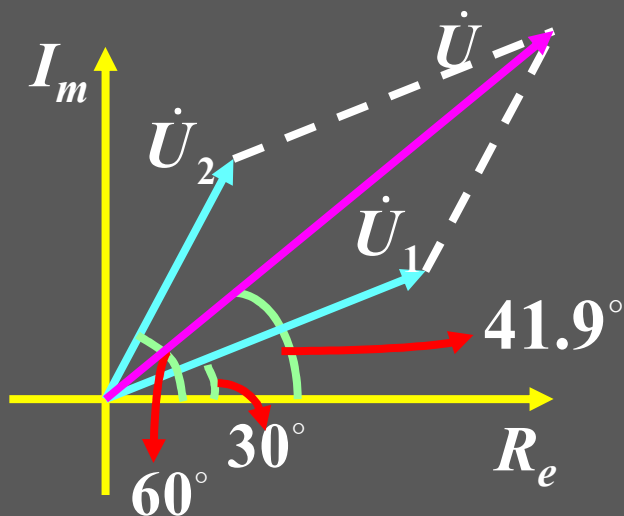
解

$$\dot{U}_1 = 6\angle 30^\circ \text{ V}, \dot{U}_2 = 4\angle 60^\circ \text{ V}$$

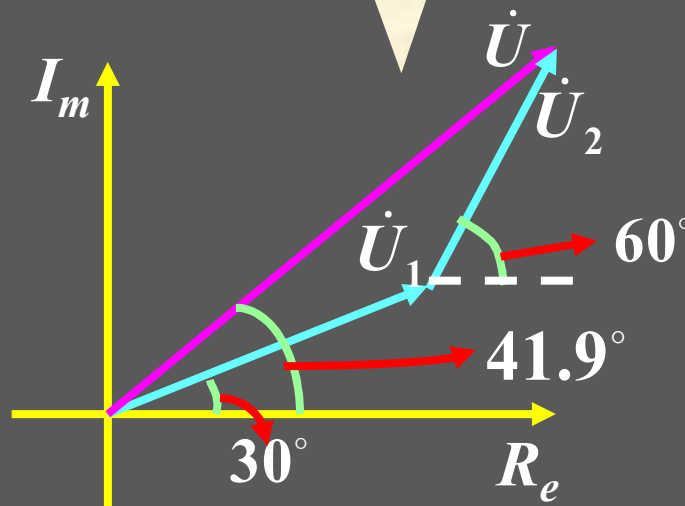
$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 6\angle 30^\circ + 4\angle 60^\circ = 5.19 + j3 + 2 + j3.46 = 9.64\angle 41.9^\circ \text{ V}$$

$$\therefore u(t) = u_1(t) + u_2(t) = 9.64\sqrt{2}\cos(314t + 41.9^\circ) \text{ V}$$

也可借助相量图计算



首尾相接



(2) 正弦量的微分, 积分运算

$$i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \phi_i) \leftrightarrow \dot{I} = I \angle \phi_i$$

微分运算

$$\frac{di}{dt} = -\sqrt{2} I \omega \sin(\omega t + \phi_i) = \sqrt{2} I \omega \cos(\omega t + \phi_i + 90^\circ)$$

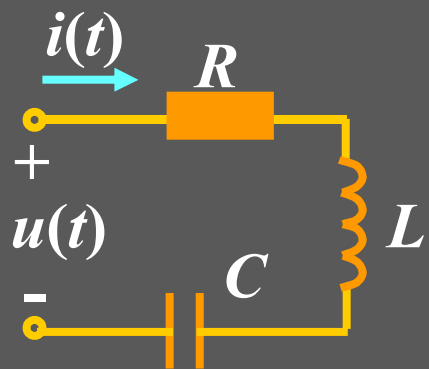
$$\leftrightarrow \omega I \angle \phi_i + \frac{\pi}{2} = j\omega \dot{I}$$

积分运算

$$\int i dt = \frac{\sqrt{2} I}{\omega} \sin(\omega t + \phi_i) = \frac{\sqrt{2} I}{\omega} \cos(\omega t + \phi_i - 90^\circ)$$

$$\leftrightarrow \frac{I}{\omega} \angle \phi_i - \frac{\pi}{2} = -j \frac{\dot{I}}{\omega} = \frac{\dot{I}}{j\omega}$$

例



$$i(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \phi_i)$$

解

$$u(t) = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$$

用相量运算:

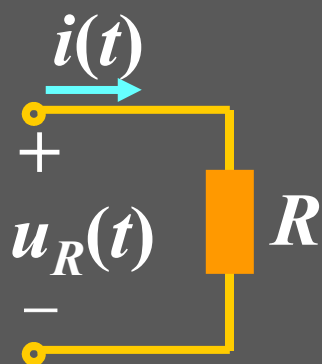
$$\dot{U} = R\dot{I} + j\omega L\dot{I} + \frac{\dot{I}}{j\omega C}$$

相量法的优点

- (1) 把时域问题变为复数问题;
- (2) 把微积分方程的运算变为复数方程运算;
- (3) 可以把直流电路的分析方法直接用于交流电路。

8.3 电路定理的相量形式

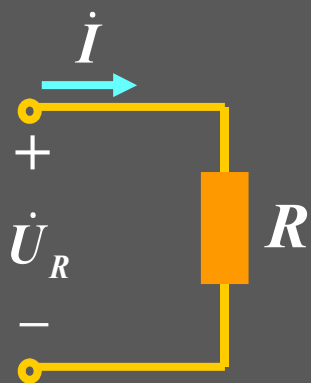
1. 电阻元件VCR的相量形式



时域形式:

已知 $i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \phi_i)$

则 $u_R(t) = Ri(t) = \sqrt{2} \underbrace{RI}_{U_R} \cos(\omega t + \underbrace{\phi_i}_{\phi_u})$



相量形式:

$$\dot{I} = I \angle \phi_i$$

$$\dot{U}_R = RI \angle \phi_i$$

相量关系:

$$\dot{U}_R = R \dot{I}$$

$$U_R = RI$$

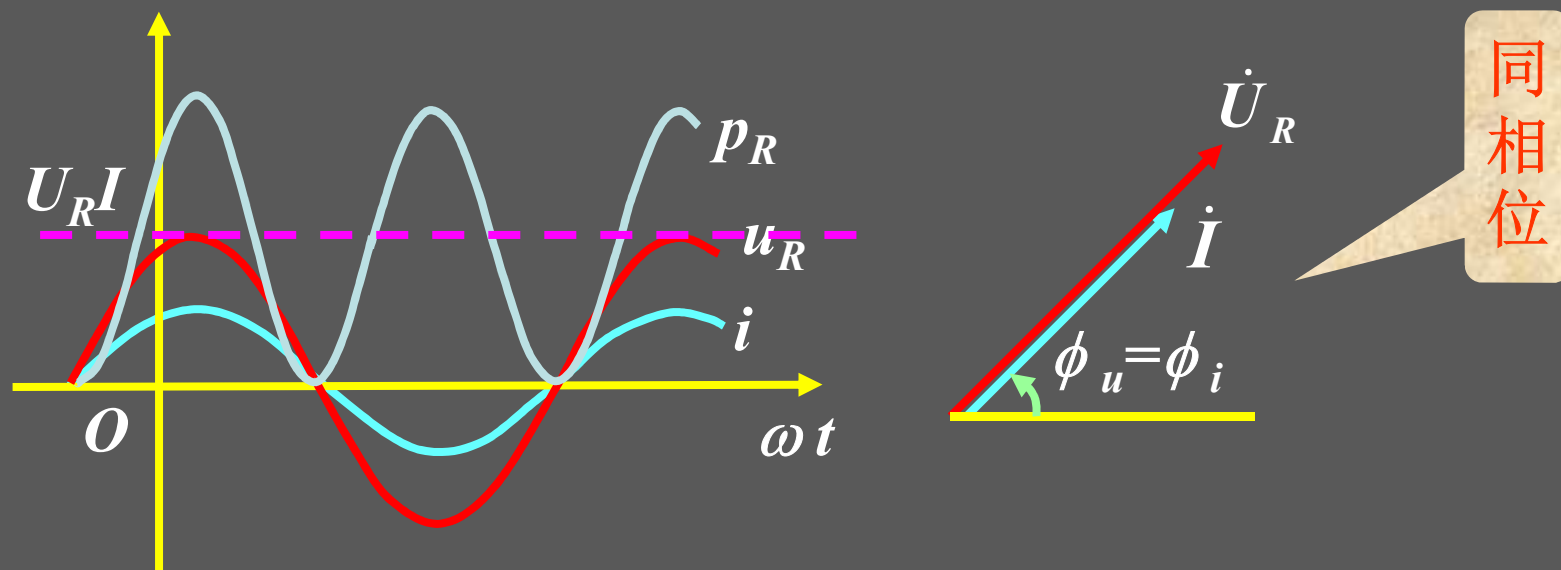
有效值关系

$$\phi_u = \phi_i$$

相位关系

相量模型

波形图及相量图



瞬时功率:
$$p_R = u_R i = \sqrt{2}U_R \sqrt{2}I \cos^2(\omega t + \phi_i)$$
$$= U_R I [1 + \cos 2(\omega t + \phi_i)]$$

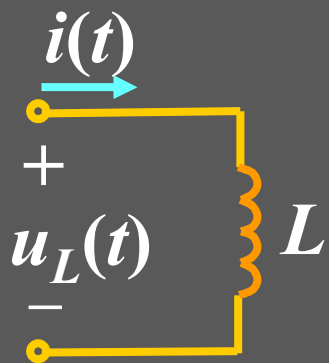
瞬时功率以 2ω 交变。始终大于零，表明电阻始终吸收功率

2.电感元件VCR的相量形式

时域形式:

已知 $i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \phi_i)$

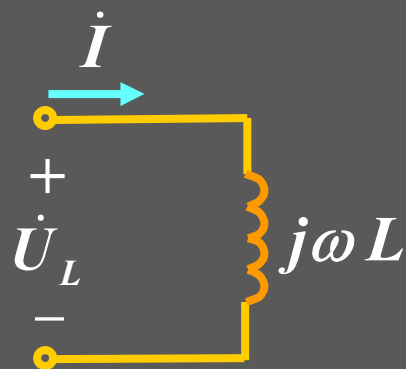
则 $u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}$



相量形式:

$$\dot{I} = I \angle \phi_i$$

$$\dot{U}_L = \omega L I \angle (\phi_i + \pi/2)$$



相量关系:

$$\dot{U}_L = j\omega L \dot{I} = jX_L \dot{I}$$

相量模型

有效值关系: $U_L = \omega L I$

相位关系: $\phi_u = \phi_i + 90^\circ$

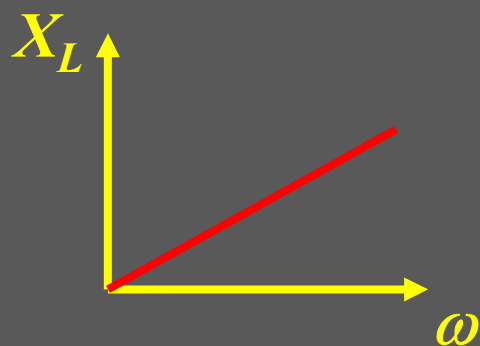
感抗和感纳：

$$X_L = \omega L = 2\pi fL \quad \text{感抗, 单位为}\Omega \text{ (欧姆)}$$

$$B_L = -\frac{1}{\omega L} = -\frac{1}{2\pi fL} \quad \text{感纳, 单位为 S}$$

感抗的物理意义：

(1) 表示限制电流的能力； (2) 感抗和频率成正比；



$\omega = 0$ (直流), $X_L = 0$, 短路

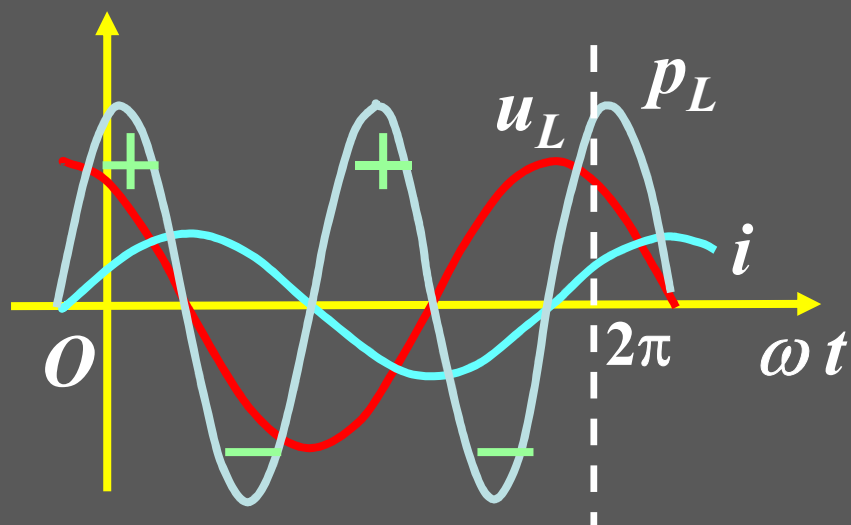
$\omega \rightarrow \infty$, $X_L \rightarrow \infty$, 开路

相量表达式：

$$\dot{U} = jX_L \dot{I} = j\omega L \dot{I}$$

$$\dot{I} = jB_L \dot{U} = j \frac{-1}{\omega L} \dot{U} = \frac{1}{j\omega L} \dot{U}$$

波形图及相量图：



电压超前电
流 90°

功率：

$$\begin{aligned} p_L &= u_L i = -2U_L I \cos(\omega t + \phi_i) \sin(\omega t + \phi_i) \\ &= -U_L I \sin 2(\omega t + \phi_i) \end{aligned}$$

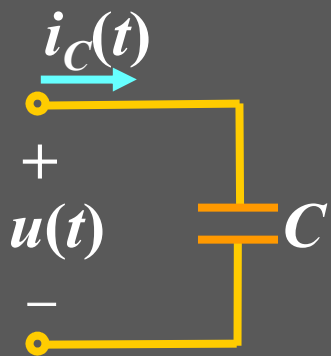
瞬时功率以 2ω 交变，有正有负，一个周期内刚好互相抵消

3. 电容元件VCR的相量形式

时域形式:

已知 $u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \phi_u)$

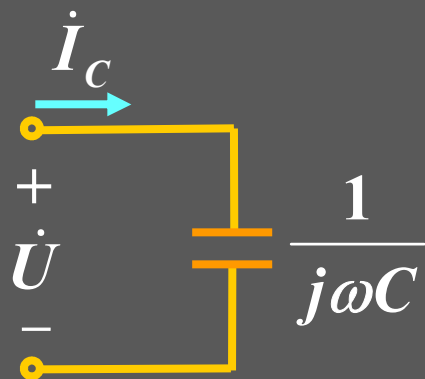
则 $i_C(t) = C \frac{du(t)}{dt}$



相量形式:

$$\dot{U} = U \angle \phi_u$$

$$\dot{I}_C = \omega C U \angle (\phi_u + \pi/2)$$



相量关系:

$$\dot{U} = -j \frac{1}{\omega C} \dot{I} = -j X_C \dot{I}$$

相量模型

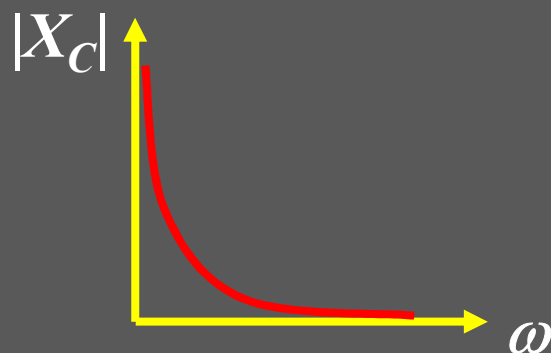
有效值关系: $I_C = \omega C U$

相位关系: $\phi_i = \phi_u + \pi/2$

容抗与容纳:

$$X_C = -\frac{1}{\omega C} \quad \text{称为容抗, 单位为 } \Omega(\text{欧姆})$$

$$B_C = \omega C \quad \text{称为容纳, 单位为 S}$$



$$\omega \rightarrow 0, |X_C| \rightarrow \infty \quad \text{直流开路(隔直)}$$

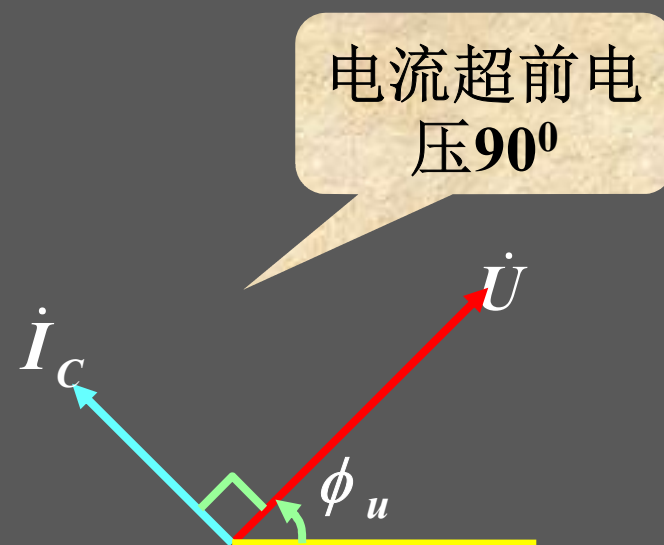
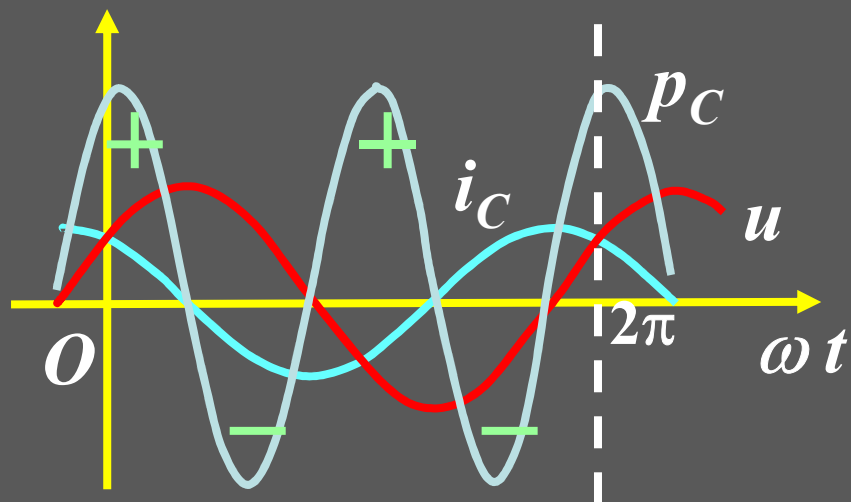
$$\omega \rightarrow \infty, |X_C| \rightarrow 0 \quad \text{高频短路(旁路作用)}$$

相量表达式:

$$\dot{I} = jB_C \dot{U} = j\omega C \dot{U}$$

$$\dot{U} = jX_C \dot{I} = -j\frac{1}{\omega C} \dot{I}$$

波形图及相量图:



功率:

$$p_C = ui_C$$

$$= -2UI_C \cos(\omega t + \phi_u) \sin(\omega t + \phi_u)$$

$$= -UI_C \sin 2(\omega t + \phi_u)$$

瞬时功率以 2ω 交变，有正有负，一个周期内刚好互相抵消

4. 基尔霍夫定律的相量形式

同频率的正弦量加减可以用对应的相量形式来进行计算。因此，在正弦电流电路中，**KCL**和**KVL**可用相应的相量形式表示：

注意：有效值不一定满足基尔霍夫定律

$$\text{即：} \quad \sum U \neq 0, \quad \sum I \neq 0$$

上式表明：流入某一结点的所有正弦电流用相量表示时仍满足**KCL**；而任一回路所有支路正弦电压用相量表示时仍满足**KVL**。

例1

试判断下列表达式的正、误：

$$(1) \dot{U} \equiv j\omega L \dot{I} \quad \times$$

$$(2) i = 5 \cos \omega t \neq 5 \angle 0^\circ$$

$$(3) \dot{I} = j\omega C \dot{U} \quad \times$$

$$(4) X_L = \frac{\dot{U}_L}{\dot{I}_L} = \frac{U_m}{I_m} \quad \times$$

$$(5) \frac{\dot{U}_C}{\dot{I}_C} = \frac{j\omega C}{j\omega C} \quad \times$$

$$(6) \dot{U}_L = j\omega L \dot{I}_L \quad \checkmark$$

$$(7) u = L \frac{di}{dt} \quad \times$$

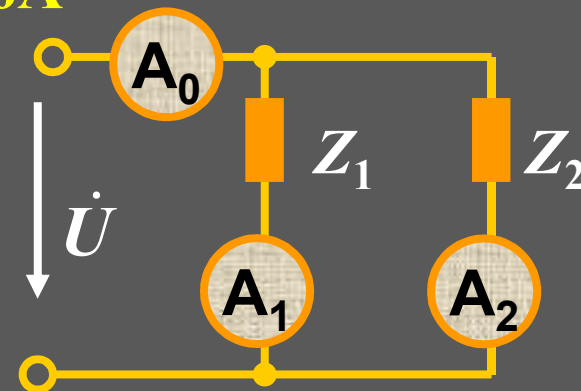
例2 已知电流表读数: $A_1 = 8A$ $A_2 = 6A$

若 (1) $Z_1 = R$, $Z_2 = -jX_C$ $A_0 = ?$

(2) $Z_1 = R$, Z_2 为何参数

$$A_0 = I_{0\max} = ?$$

(3) 若 $Z_1 = jX_L$, Z_2 为何参数, $A_0 = I_{0\min} = ?$

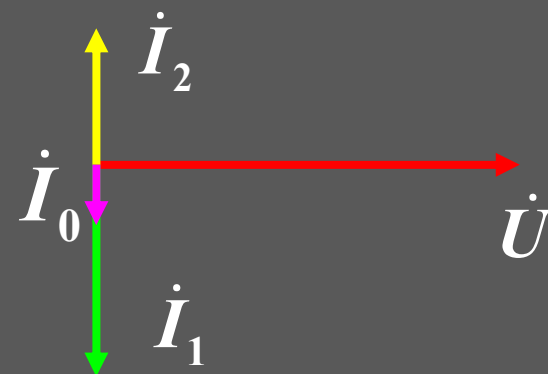


解

(1) $I_0 = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10A$

(2) Z_2 为电阻, $I_{0\max} = 8 + 6 = 14A$

(3) $Z_2 = -jX_C$, $I_{0\min} = 8 - 6 = 2A$



例3 已知 $u(t) = 120\sqrt{2} \cos(5t)$, 求: $i(t)$

解 $\dot{U} = 120\angle 0^\circ$

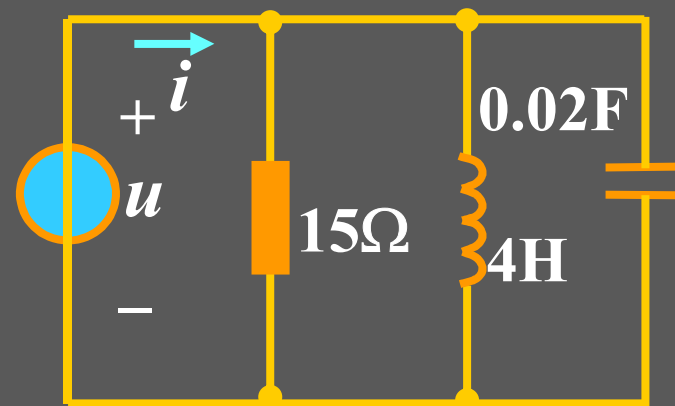
$$jX_L = j4 \times 5 = j20\Omega$$

$$jX_C = -j \frac{1}{5 \times 0.02} = -j10\Omega$$

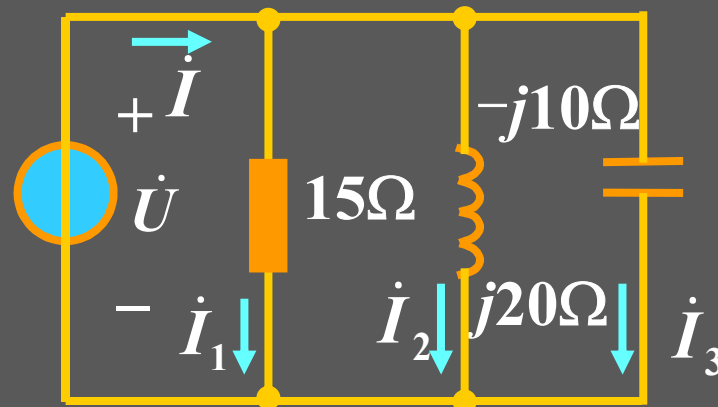
$$\begin{aligned} \dot{I} &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = \frac{\dot{U}}{R} + \frac{\dot{U}}{jX_L} + \frac{\dot{U}}{-jX_C} \\ &= 120\angle 0^\circ \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{j20} - \frac{1}{j10} \right) \end{aligned}$$

$$= 8 + j6 = 10\angle 36.9^\circ A$$

$$i(t) = 10\sqrt{2} \cos(5t + 36.9^\circ) A$$



相量模型

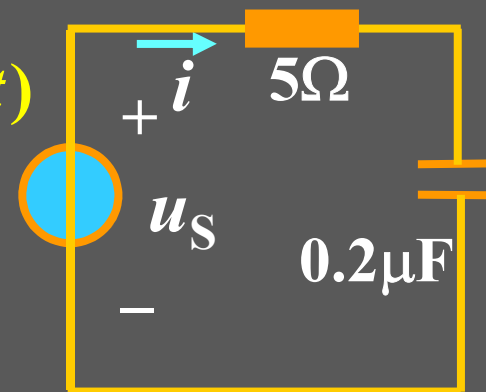
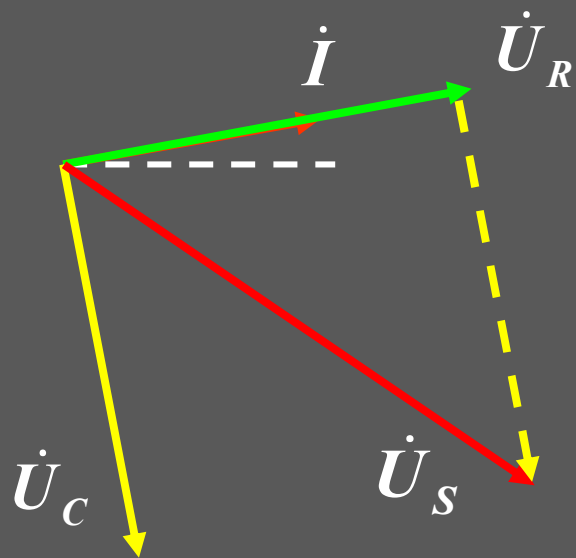


例4 已知 $i(t) = 5\sqrt{2} \cos(10^6 t + 15^\circ)$, 求: $u_s(t)$

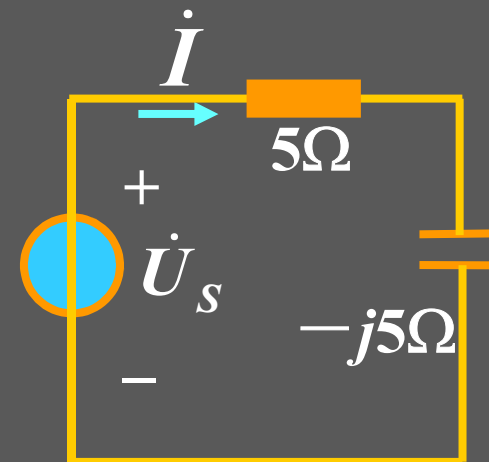
解 $\dot{I} = 5\angle 15^\circ$

$$jX_C = -j \frac{1}{10^6 \times 0.2 \times 10^{-6}} = -j5\Omega$$

$$\begin{aligned}\dot{U}_S &= \dot{U}_R + \dot{U}_C = 5\angle 15^\circ (5 - j5) \\ &= 25\sqrt{2}\angle -30^\circ V\end{aligned}$$



↓ 相量模型



例5 图示电路 $I_1 = I_2 = 5\text{A}$, $U = 50\text{V}$, 总电压与总电流同相位, 求 I 、 R 、 X_C 、 X_L 。

解

$$\text{设 } \dot{U}_C = U_C \angle 0^\circ$$

$$\dot{I}_1 = 5 \angle 0^\circ \quad \dot{I}_2 = j5$$

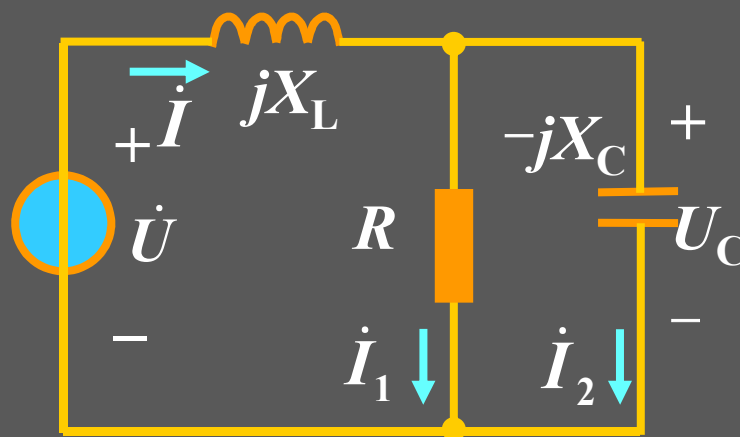
$$\dot{I} = 5 + j5 = 5\sqrt{2} \angle 45^\circ$$

$$\dot{U} = 50 \angle 45^\circ$$

$$= 50 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + j \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = (5 + j5) \times jX_L + 5R$$

令等式两边实部等于实部, 虚部等于虚部

$$\begin{cases} 5X_L = 50/\sqrt{2} \Rightarrow X_L = 5\sqrt{2} \\ 5R - 5X_L = \frac{50}{\sqrt{2}} \Rightarrow R = X_C = 10\sqrt{2}\Omega \end{cases}$$



例6

图示电路为阻容移相装置，如要求电容电压滞后于电源电压 $\pi/3$ ，问 R 、 C 应如何选择。

解

$$\dot{U}_s = R\dot{I} + jX_C\dot{I}$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_s}{R + jX_C}$$

$$\dot{U}_C = jX_C \frac{\dot{U}_s}{R + jX_C}$$

$$\frac{\dot{U}_s}{\dot{U}_C} = \frac{R + jX_C}{jX_C} = \frac{R}{-j\frac{1}{\omega C}} + 1 = 1 + j\omega CR$$

$$\rightarrow \omega CR = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

