第六章 储能元件

6.1 电容元件

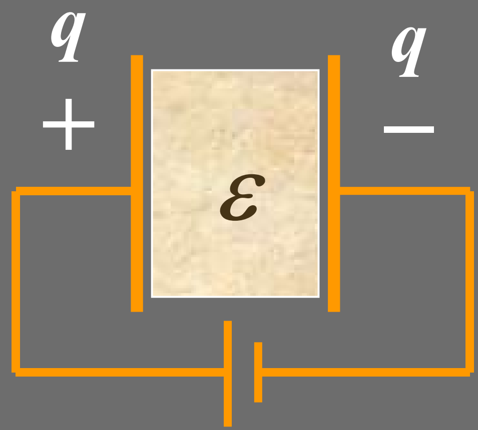
6.2 电感元件

6.3 储能元件的串联和并联

下 页

6.1 电容元件 (Capacitor)

电容器 → 在外电源作用下，两极板上分别带上等量异号电荷，撤去电源，板上电荷仍可长久地集聚下去，是一种储存电能的部件。

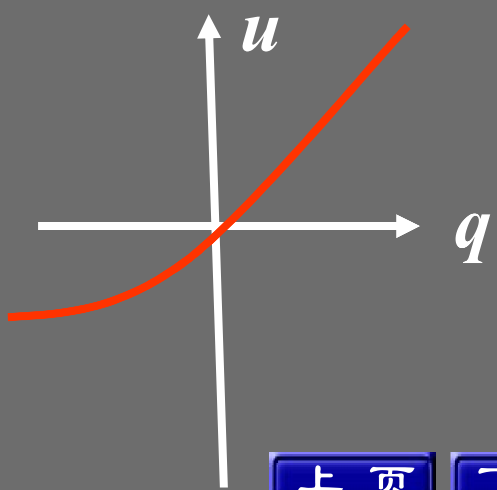


1. 定义

电容元件 → 储存电能的元件。其特性可用$u \sim q$ 平面上的一条曲线来描述

$$f(u,q)=0$$

库伏特性



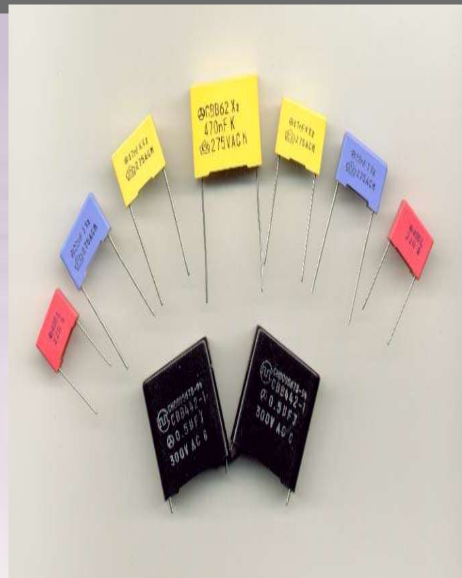
实际电容器示例

电解电容器

瓷质电容器

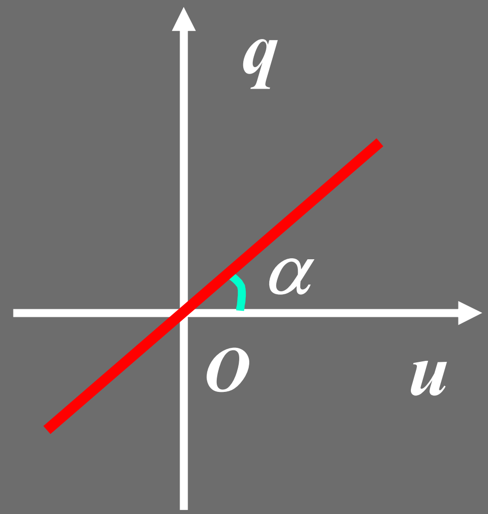


聚丙烯膜电容器

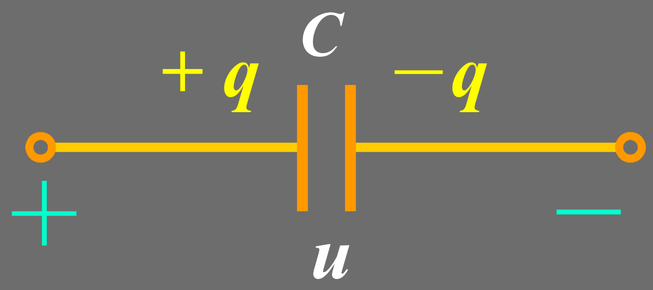
2. 线性电容元件

任何时刻，电容元件极板上的电荷q与电压 u 成正比，$q\sim u$ 特性是过原点的直线。

$$q = Cu \quad or \quad C = \frac{q}{u} \propto \tan\alpha$$



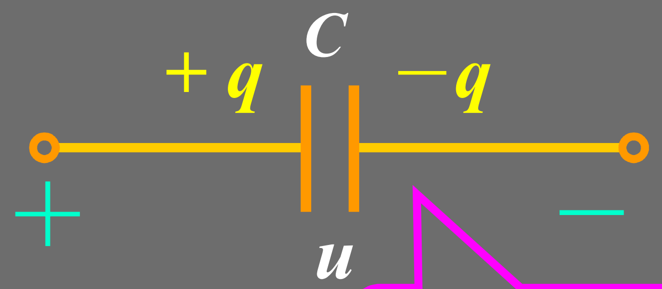
电路符号



单位

C 称为电容器的电容, 单位：F (法) (Farad，法拉), 常用μF、$p F$、$n F$等表示。

线性电容的电压、电流关系



u、i 取关联参考方向

电容元件VCR的微分形式

$$i=\frac{dq}{dt}=C\frac{du}{dt}$$

表明:

(1) i 的大小取决于 u 的变化率，与 u 的大小无关， 电容是动态元件；

(2) 当 u 为常数(直流)时， $i=0$。电容相当于开路，电容有隔断直流作用；

(3) 实际电路中通过电容的电流 i 为有限值，则电容电压u必定是时间的连续函数。

上 页 下 页

$$u(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i d\xi=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t_0} i d\xi+\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i d\xi$$

$$=u(t_0)+\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i d\xi$$

电容元件VCR
的积分形式

表明: 电容元件有记忆电流的作用，故称电容为记忆元件

注

（1）当 u，i 为非关联方向时，上述微分和积分表达式前要冠以负号；

（2）上式中 $u(t_0)$ 称为电容电压的初始值，它反映电容初始时刻的储能状况，也称为初始状态。

3. 电容的功率和储能

功率

$$p = ui = u \cdot C\frac{du}{dt}$$

u、i 取关联参考方向

电容的储能

$$W_C = \int_{-\infty}^{t} u\,i\,d\xi = \int_{-\infty}^{t} u\,C\frac{du}{d\xi}d\xi = \frac{1}{2}Cu^2(\xi)\Big|_{-\infty}^{t}$$

$$= \frac{1}{2}Cu^2(t) - \frac{1}{2}Cu^2(-\infty) \overset{若u(-\infty)=0}{=} \frac{1}{2}Cu^2(t) \geq 0$$

表明

（1）电容的储能只与当时的电压值有关，电容电压不能跃变，反映了储能不能跃变；

（2）电容储存的能量一定大于或等于零。

从 t_1 时刻到 t_2时刻电容储能的变化量：

$$W_C=\frac{1}{2}Cu^2(t_2)-\frac{1}{2}Cu^2(t_1)=\frac{1}{2C}q^2(t_2)-\frac{1}{2C}q^2(t_1)$$

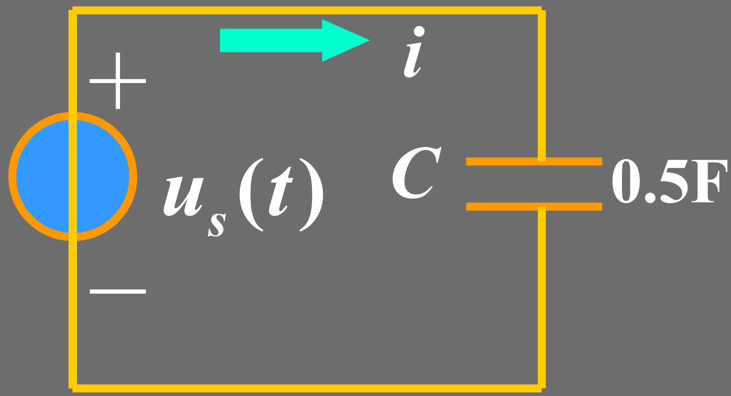
充电时，有$|u(t_2)|>|u(t_1)|$，故$W_C(t_2)>W_C(t_1)$

放电时，有$|u(t_2)|<|u(t_1)|$，故$W_C(t_2)<W_C(t_1)$

电容能在一段时间内吸收外部供给的能量，转化为电场能量储存起来，在另一段时间内又把能量释放回电路，因此电容元件是无源元件、是储能元件，它本身不消耗能量。

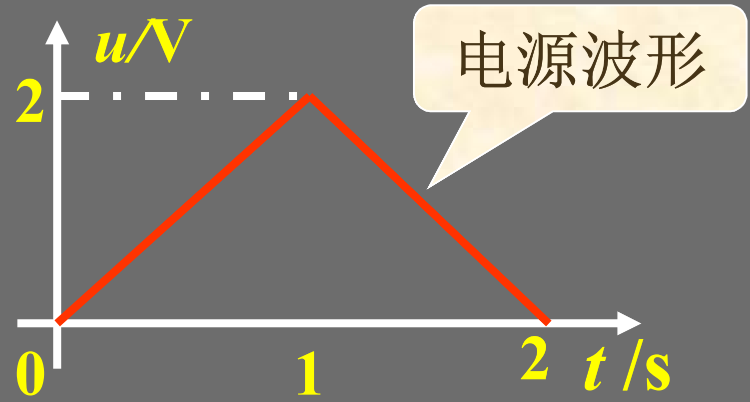
上 页 下 页

例 求电流i、功率$P(t)$和储能$W(t)$



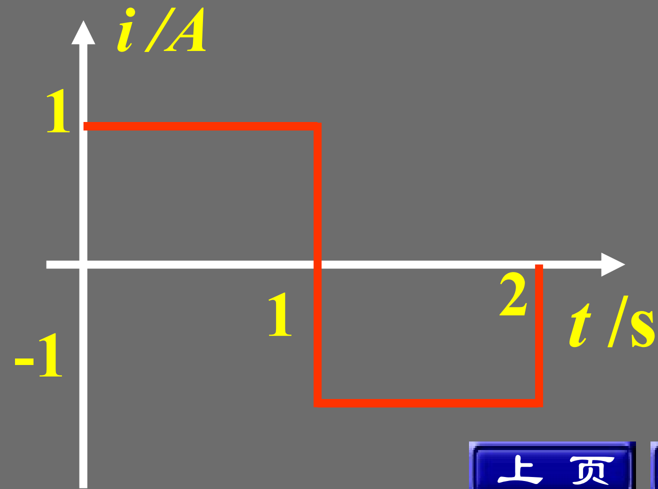
解 $u_S(t)$的函数表达式为:

$$u_s(t)=\begin{cases}0 & t\le 0\\ 2t & 0\le t\le 1s\\ -2t+4 & 1\le t\le 2s\\ 0 & t\ge 2s\end{cases}$$



解得电流

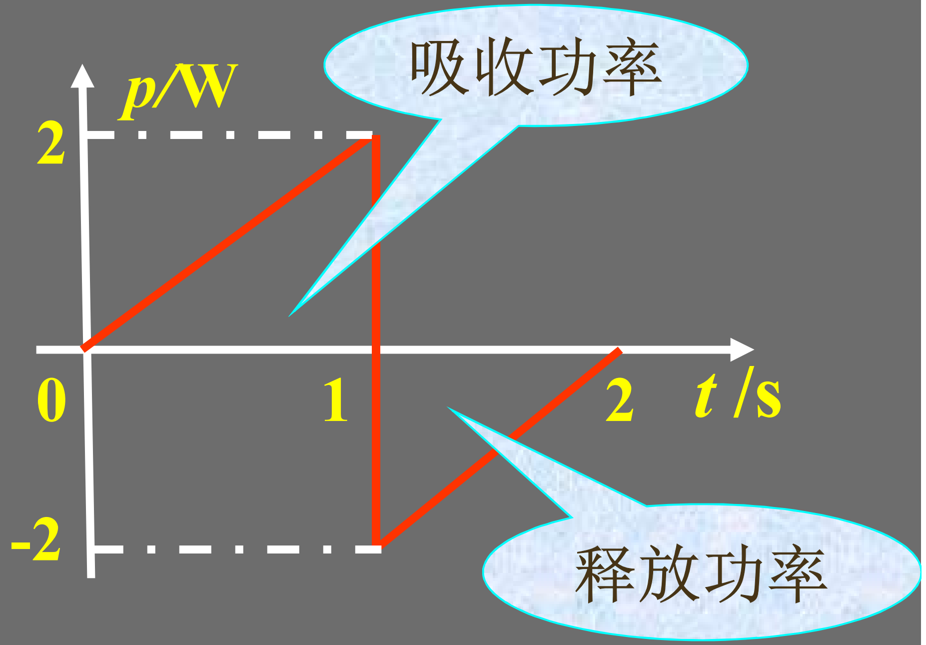
$$i(t)=C\frac{du_s}{dt}=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & 0\le t<1s\\ -1 & 1\le t<2s\\ 0 & t\ge 2s\end{cases}$$



上 页 下 页

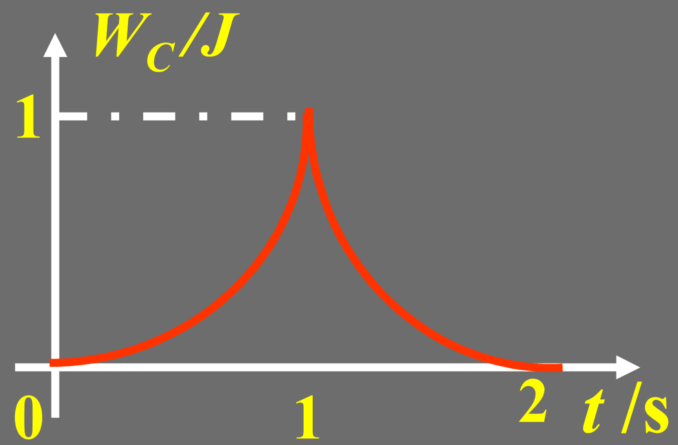
$$p(t)=u(t)i(t)$$

$$=\begin{cases}0 & t\le 0\\ 2t & 0\le t\le 1s\\ 2t-4 & 1\le t\le 2s\\ 0 & t\ge 2s\end{cases}$$



$$W_c(t)=\frac{1}{2}Cu^2(t)$$

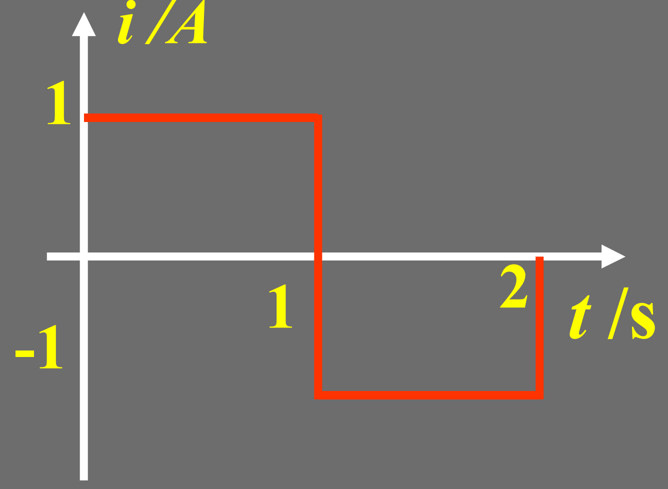
$$=\begin{cases}0 & t\le 0\\ t^2 & 0\le t\le 1s\\ (t-2)^2 & 1\le t\le 2s\\ 0 & t\ge 2s\end{cases}$$



上 页 下 页

若已知电流求电容电压，有

$$i(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & 0\le t<1s\\ -1 & 1\le t<2s\\ 0 & t\ge 2s\end{cases}$$



当$0\le t\le 1s$ $$u_C(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{0}0d\xi+\frac{1}{C}\int_{0}^{t}1d\xi=0+2t=2t$$

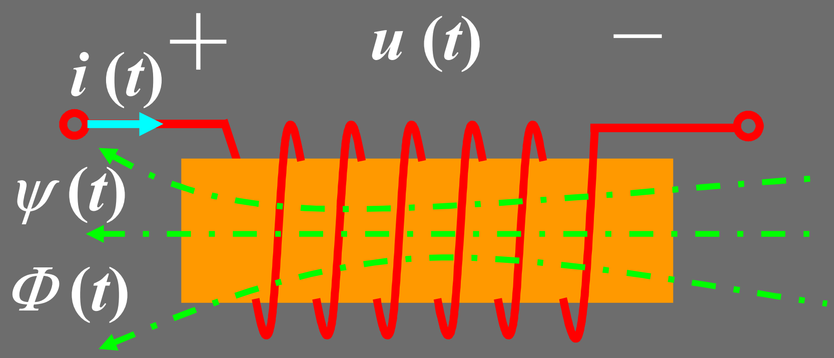
当 $1\le t\le 2s$ $$u_C(t)=u(1)+\frac{1}{0.5}\int_{1}^{t}(-1)d\xi=4-2t$$

当 $2\le t$ $$u_C(t)=u(2)+\frac{1}{0.5}\int_{2}^{t}0d\xi=0$$

上 页 下 页

6.2 电感元件 (Inductor)

电感器 → 把金属导线绕在一骨架上构成一实际电感器，当电流通过线圈时，将产生磁通，是一种储存磁场能量的部件。

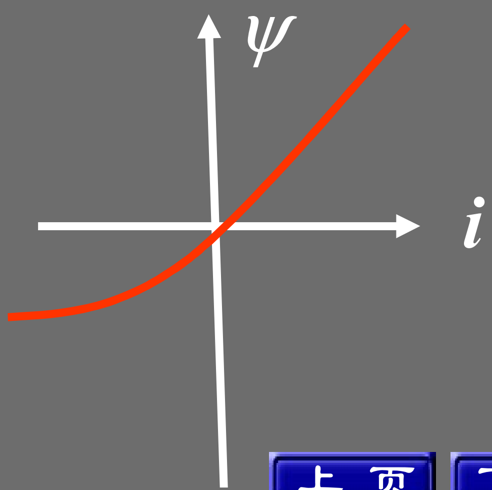


$\psi(t) = N\,\Phi(t)$

1.定义

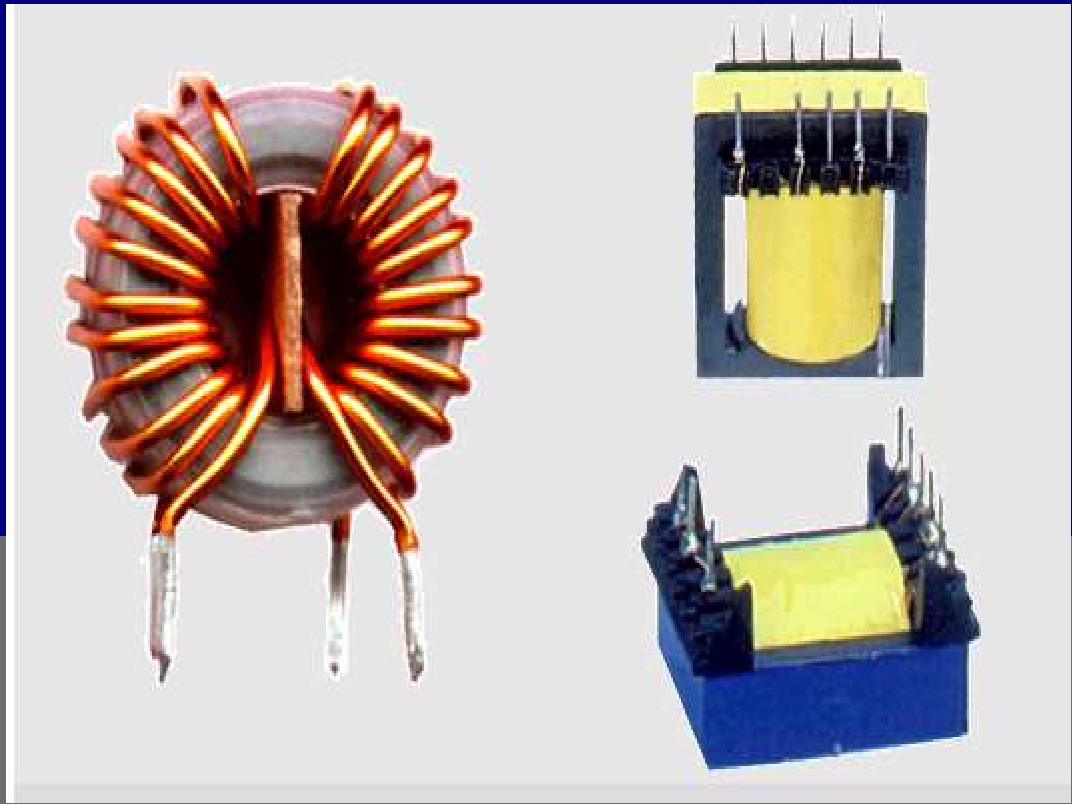
电感元件 → 储存磁能的元件。其特性可用 $\psi \sim i$ 平面上的一条曲线来描述。

$$f(\psi, i) = 0$$



上 页 下 页

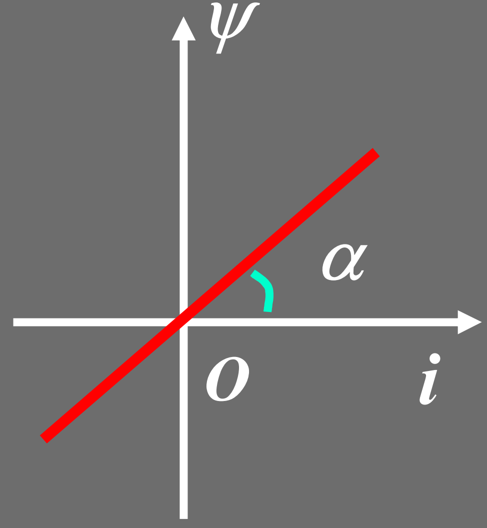
几种实际的电感线圈示例：



电感线圈原理示意图

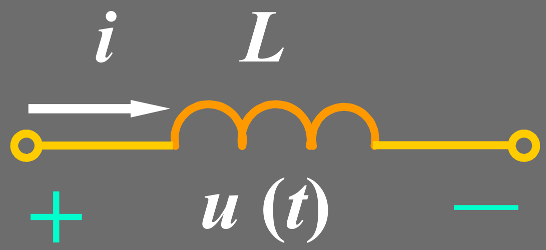
2. 线性电感元件

任何时刻，通过电感元件的电流i与其磁链ψ成正比。$\psi \sim i$特性是过原点的直线。



$$\psi(t) = Li(t) \quad or \quad L = \frac{\psi}{i} \propto \tan\alpha$$

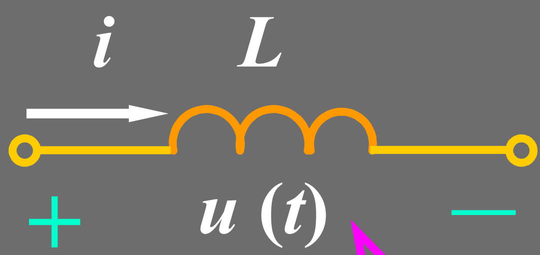
电路符号



单位

L 称为电感器的自感系数, L的单位：H (亨) (**Henry**，亨利)，常用μH，mH表示。

线性电感的电压、电流关系



电感元件VCR的微分关系

$$u(t)=\frac{d\psi}{dt}=L\frac{di(t)}{dt}$$

u、i 取关联参考方向

表明

(1) 电感电压 u 的大小取决于 i 的变化率，与 i 的大小无关，电感是动态元件；

(2) 当 i 为常数(直流)时，$u=0$。电感相当于短路；

(3) 实际电路中电感的电压 u 为有限值，则电感电流 i 不能跃变，必定是时间的连续函数。

$$i(t)=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t}ud\xi \ =\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t_0}ud\xi+\frac{1}{L}\int_{t_0}^{t}ud\xi$$

$$=i(t_0)+\frac{1}{L}\int_{t_0}^{t}ud\xi$$

电感元件VCR的积分形式

表明

电感元件有记忆电压的作用，故称电感为记忆元件。

注

（1）当 u，i 为非关联方向时，上述微分和积分表达式前要冠以负号；

（2）上式中 $i(t_0)$ 称为电感电流的初始值，它反映电感初始时刻的储能状况，也称为初始状态。

3. 电感的功率和储能

u、i 取关联参考方向

功率

$$p = ui = L\frac{di}{dt}\cdot i$$

电感的储能

$$W_L = \int_{-\infty}^{t} p d\xi = \int_{-\infty}^{t} L\frac{di}{d\xi} i d\xi = \frac{1}{2}Li^2(\xi)\Big|_{-\infty}^{t}$$

$$= \frac{1}{2}Li^2(t) - \frac{1}{2}Li^2(-\infty) \overset{若i(-\infty)=0}{=} \frac{1}{2}Li^2(t) \geq 0$$

表明

（1）电感的储能只与当时的电流值有关，电感电流不能跃变，反映了储能不能跃变；

（2）电感储存的能量一定大于或等于零。

从t_0到 t 电感储能的变化量：

$$W_L = \frac{1}{2}Li^2(t) - \frac{1}{2}Li^2(t_0) = \frac{1}{2L}\psi^2(t) - \frac{1}{2L}\psi^2(t_0)$$

当电流$|i(t)|$增加时，$\Delta W_L(t) > 0$，元件吸收能量

当电流$|i(t)|$减少时，$\Delta W_L(t) < 0$，元件释放能量

电感能在一段时间内吸收外部供给的能量转化为磁场能量储存起来，在另一段时间内又把能量释放回电路，因此电感元件是无源元件、是储能元件，它本身不消耗能量。

上 页 下 页

电容元件与电感元件的比较

	电容 C	电感 L
变量	电压 u 电荷 q	电流 i 磁链 ψ
关系式	$q = Cu$ $i = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$ $W_C = \dfrac{1}{2}Cu^2 = \dfrac{1}{2C}q^2$	$\psi = Li$ $u = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ $W_L = \dfrac{1}{2}Li^2 = \dfrac{1}{2L}\psi^2$

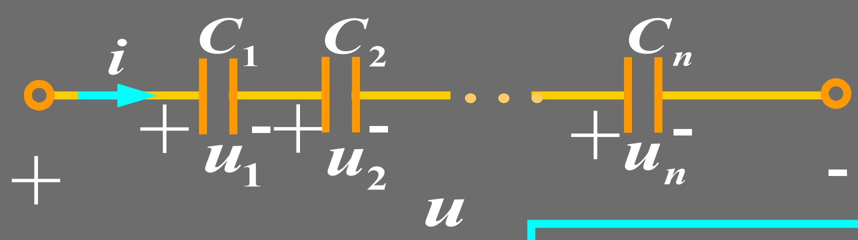
结论 (1) 元件方程的形式是相似的；

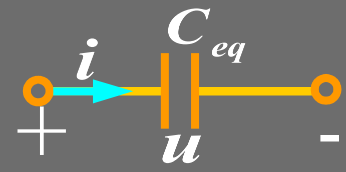
(2) 若把 $u-i$，$q-\psi$，$C-L$ 互换,可由电容元件的方程得到电感元件的方程；

(3) C 和 L称为对偶元件, ψ、q 等称为对偶元素。

6.3 电容、电感元件的串联与并联

电容的串联





$$u = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$$

$$\boxed{u = u(t_0) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i d\xi}$$

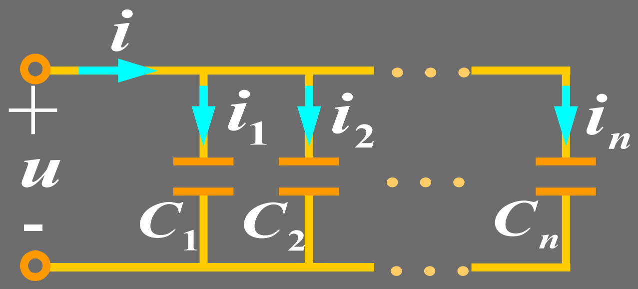
$$= u_1(t_0) + \frac{1}{C_1}\int_{t_0}^{t} i d\xi + u_2(t_0) + \frac{1}{C_2}\int_{t_0}^{t} i d\xi + \cdots + u_n(t_0) + \frac{1}{C_n}\int_{t_0}^{t} i d\xi$$

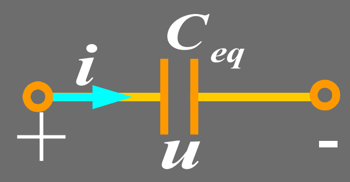
$$= u_1(t_0) + u_2(t_0) + \cdots + u_n(t_0) + \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}\right)\int_{t_0}^{t} i d\xi$$

$$= u(t_0) + \frac{1}{C_{eq}}\int_{t_0}^{t} i d\xi$$

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}}$$

电容的并联





$$i = i_1 + i_2 + \cdots + i_n$$

$$= C_1 \frac{du}{dt} + C_2 \frac{du}{dt} + \cdots + C_n \frac{du}{dt}$$

$$= (C_1 + C_2 + \cdots + C_n)\frac{du}{dt}$$

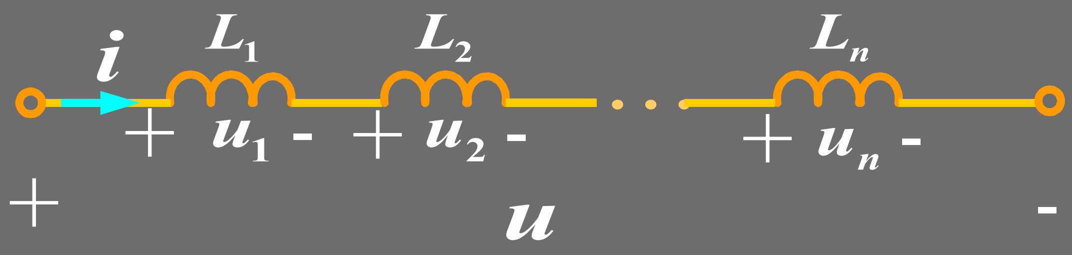
$$= C_{eq} \frac{du}{dt}$$

$$\boxed{i = C\frac{du}{dt}}$$

$$\boxed{C_{eq} = C_1 + C_2 + \cdots + C_n}$$

上 页　下 页

电感的串联



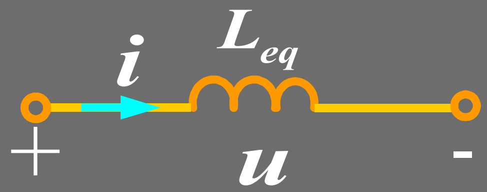
$$\boxed{u = L\frac{di}{dt}}$$

$$u = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$$

$$= L_1\frac{di}{dt} + L_2\frac{di}{dt} + \cdots + L_n\frac{di}{dt}$$

$$= (L_1 + L_2 + \cdots + L_n)\frac{di}{dt}$$

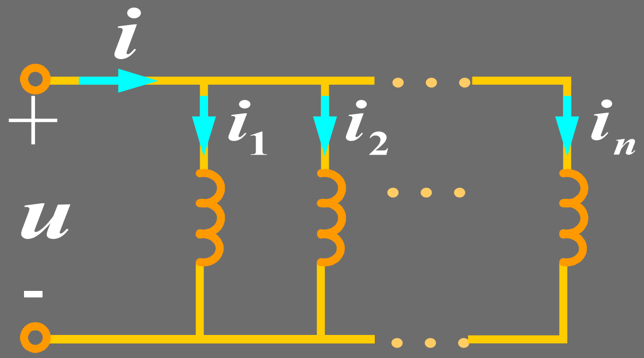
$$= L_{eq}\frac{di}{dt}$$

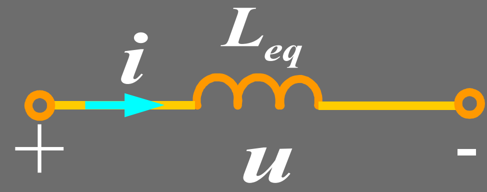


$$\boxed{L_{eq} = L_1 + L_2 + \cdots + L_n}$$

上 页 下 页

电感的并联





$$i = i(t_0) + \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} u d\xi$$

$$i = i_1 + i_2 + \cdots + i_n$$

$$= i_1(t_0) + \frac{1}{L_1}\int_{t_0}^{t} u d\xi + i_2(t_0) + \frac{1}{L_2}\int_{t_0}^{t} u d\xi + \cdots + i_n(t_0) + \frac{1}{L_n}\int_{t_0}^{t} u d\xi$$

$$= i_1(t_0) + i_2(t_0) + \cdots + i_n(t_0) + \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots + \frac{1}{L_n}\right)\int_{t_0}^{t} u d\xi$$

$$= i(t_0) + \frac{1}{L_{eq}}\int_{t_0}^{t} u d\xi$$

$$\boxed{\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots + \frac{1}{L_n}}$$

上 页