第4章 电路基本定理

- 电路定理描述电路的基本性质，是分析电路的重要依据
- 本章主要内容：

（1）叠加定理齐性定理

（2）置换定理

（3）等效电源定理

（4）最大功率传输定理

（5）特勒根定理

（6）互易定理

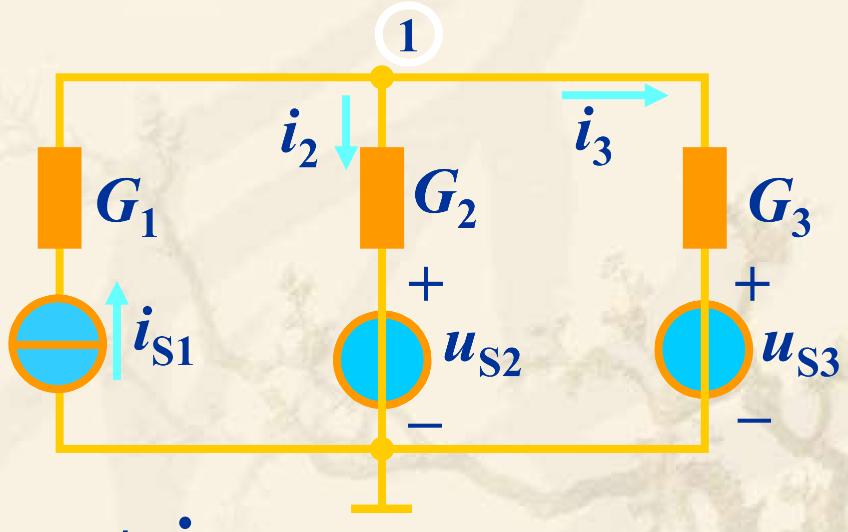
重点 掌握叠加定理和戴维宁定理

4.1 叠加定理 (Superposition Theorem)

1. 叠加定理

在线性电路中，任一支路的电流（或电压）可以看成是电路中每一个独立电源单独作用于电路时，在该支路产生的电流（或电压）的代数和。

2 .定理的证明

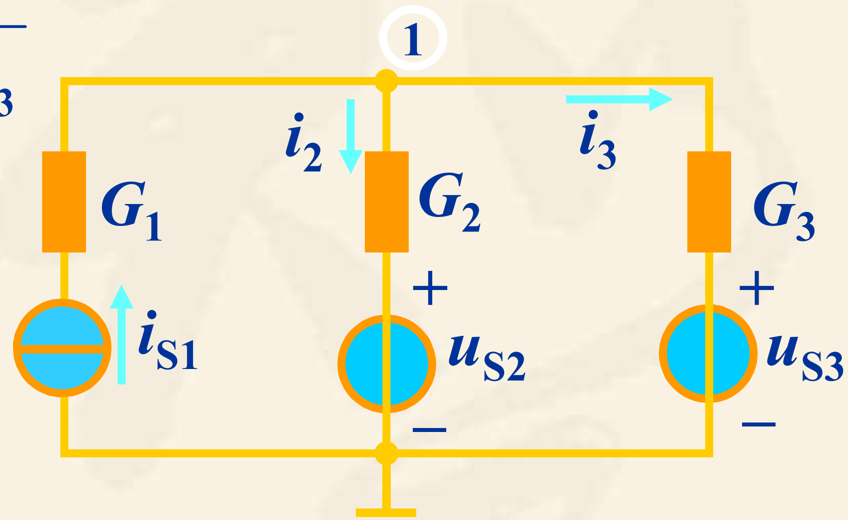


用结点法：

$$(G_2 + G_3)u_{n1} = G_2 u_{S2} + G_3 u_{S3} + i_{S1}$$

上 页　下 页

$$u_{n1}=\frac{i_{S1}}{G_2+G_3}+\frac{G_2u_{S2}}{G_2+G_3}+\frac{G_3u_{S3}}{G_2+G_3}$$



或表示为：

$$u_{n1}=a_1i_{S1}+a_2u_{s2}+a_3u_{S3}$$

$$=u_{n1}^{(1)}+u_{n1}^{(2)}+u_{n1}^{(3)}$$

支路电流为：

$$i_2=(u_{n1}-u_{S2})G_2=\frac{G_2}{G_2+G_3}i_{S1}-\frac{G_2G_3}{G_2+G_3}u_{S2}+\frac{G_2G_3}{G_2+G_3}u_{S3}$$

结点电压和支路电流均为各电源的一次函数，均可看成各独立电源单独作用时，产生的响应之叠加。

$i_3=($ … $S3$

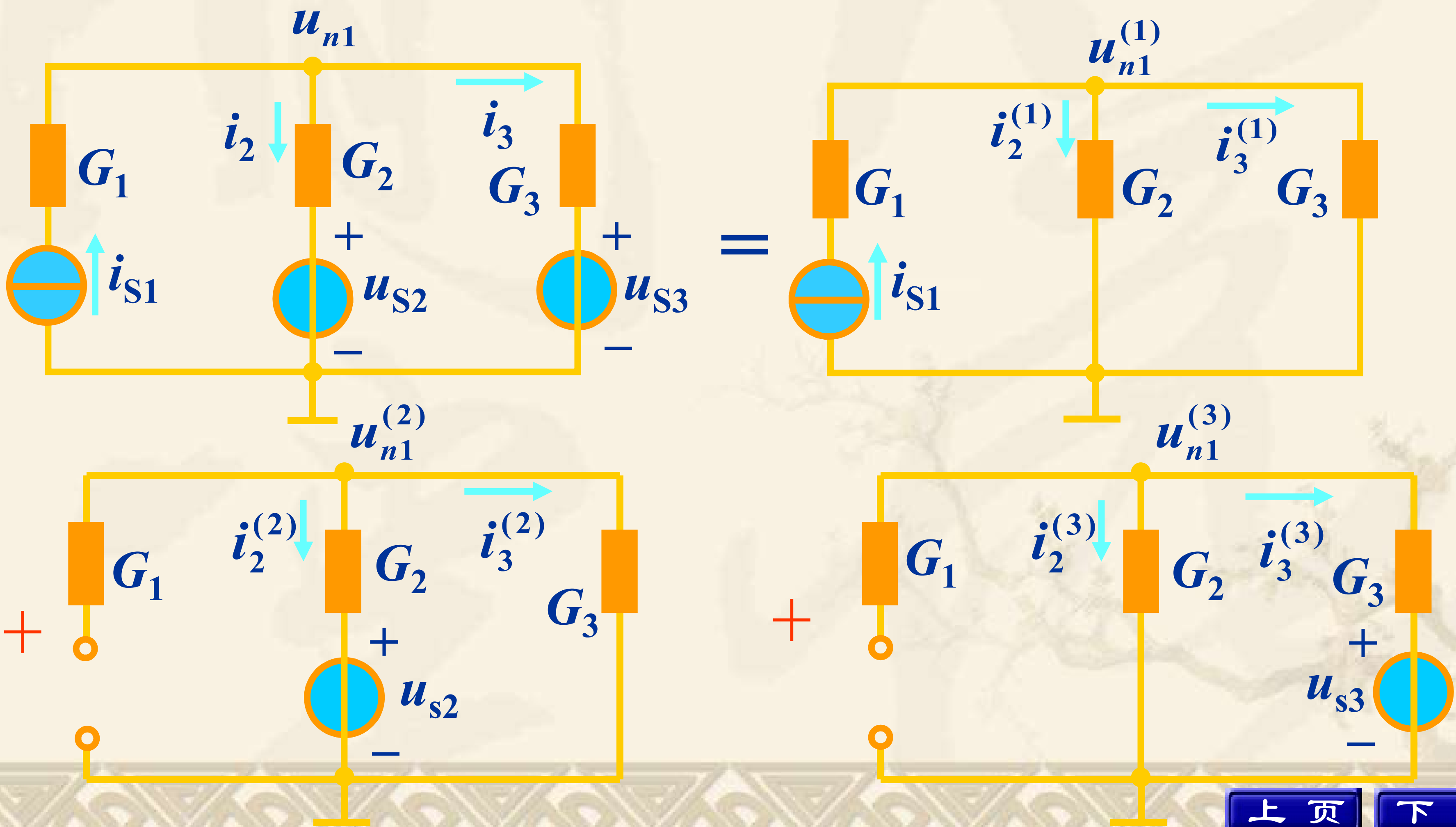
G_2+G_3 … G_2+G_3 … G_2+G_3

$$=i_3^{(1)}+i_3^{(2)}+i_3^{(3)}$$

3. 几点说明

1. 叠加定理只适用于线性电路。

2. 分电路中不作用的独立源要置零 ⇒ 电压源为零 — 短路。 电流源为零 — 开路。



3. 计算功率时，不可以在各分电路中求出每个元件的功率，然后利用叠加定理进行叠加（功率为电压和电流的乘积，为电源的二次函数）。

4. ***u*** **,** ***i*** 叠加时要注意各分电路中电压、电流的参考方向。

5. 含受控源（线性）电路亦可用叠加定理，但只能画出独立源单独作用的分电路，受控源应保留在每个分电路中。

注意

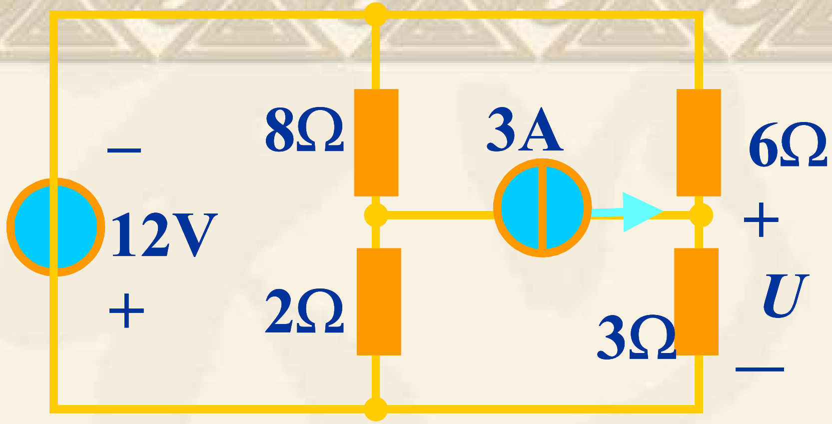
（1）必须画出独立源单独作用的分电路；

（2）不作用的电源如何置零；

（3）受控源不能单独作用。

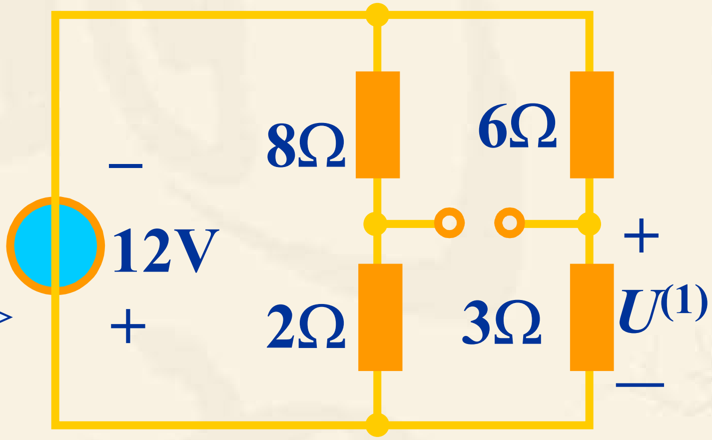
4. 叠加定理的应用

例1 求电压U.

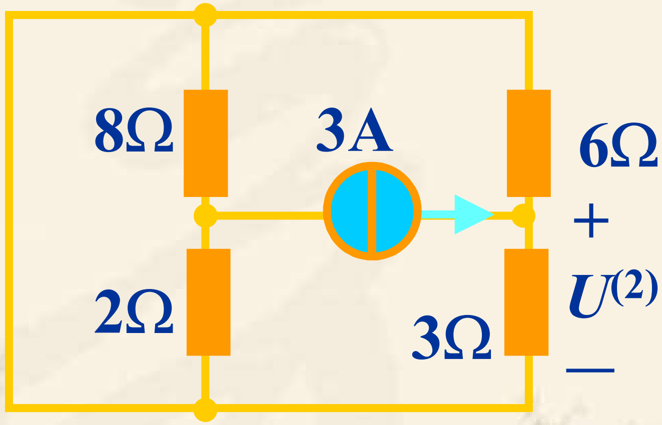


解

画出分电路图



+

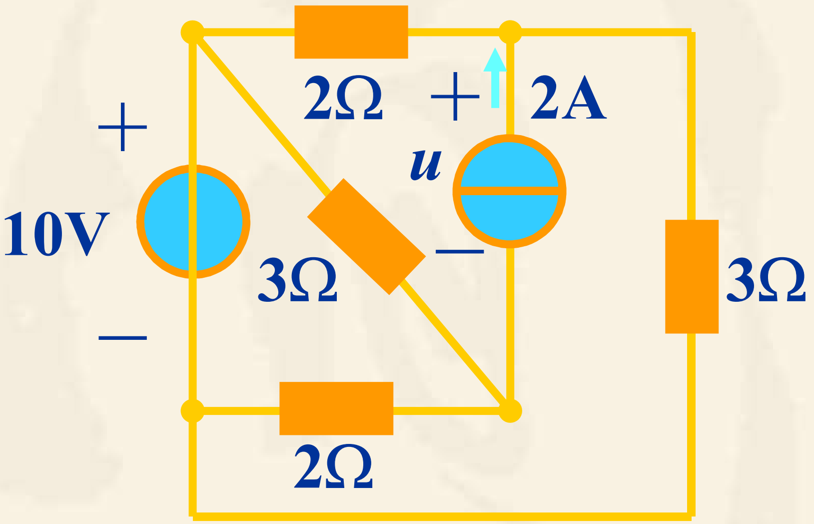


12V电源作用： $U^{(1)} = -\dfrac{12}{9} \times 3 = -4V$

3A电源作用： $U^{(2)} = (6 // 3) \times 3 = 6V$

$U = -4 + 6 = 2V$

例2 求电流源的电压和发出的功率



解 10V电源作用：

$$u^{(1)}=\frac{3}{5}\times 10-\frac{2}{5}\times 10=2V$$

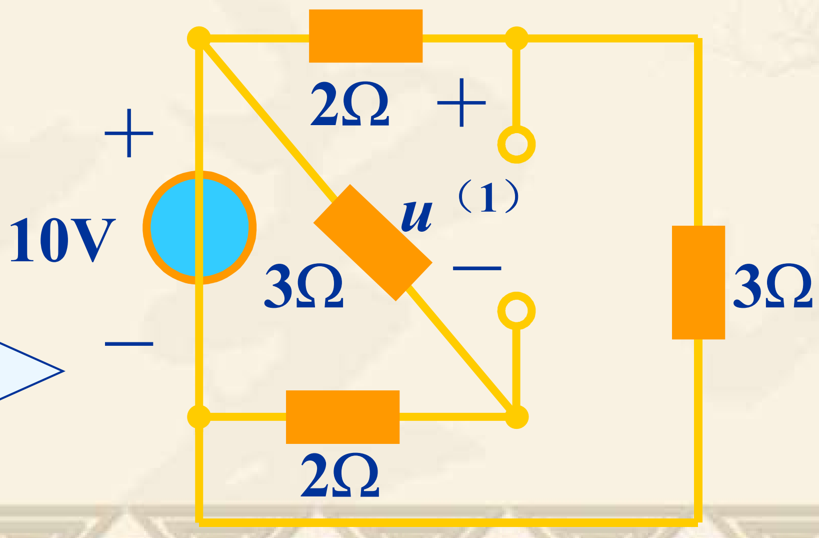
2A电源作用：

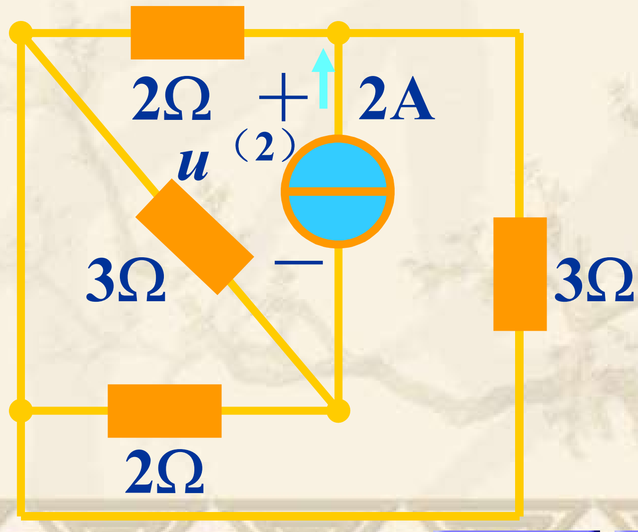
$$u^{(2)}=\frac{2\times 3}{5}\times 2\times 2=4.8V$$

$$u=u^{(1)}+u^{(2)}=6.8V$$

$$P=6.8\times 2=13.6W$$

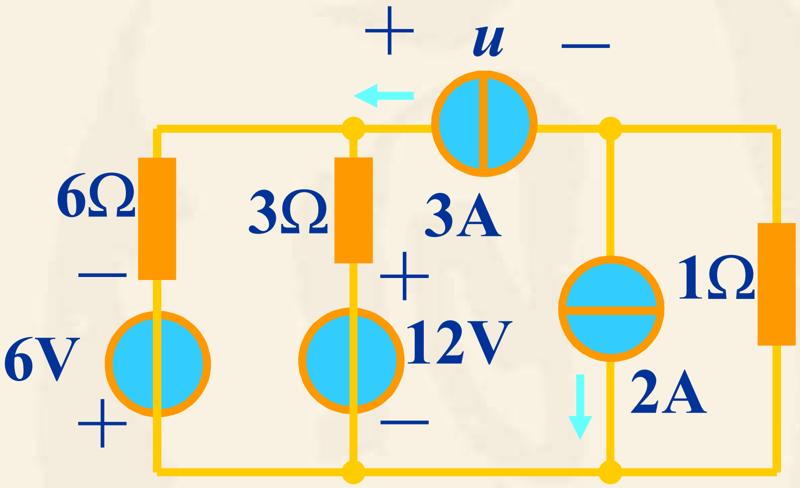
画出分电路图





上 页 下 页

例3 计算电压u。



解 3A电流源作用：

$$u^{(1)}=(6//3+1)\times 3=9V$$

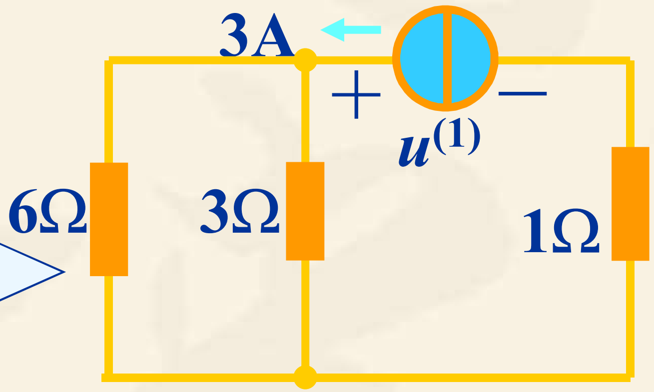
其余电源作用：

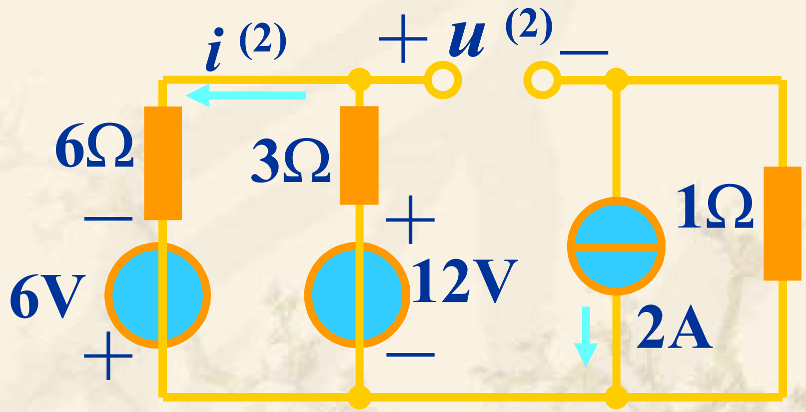
$$i^{(2)}=(6+12)/(6+3)=2A$$

$$u^{(2)}=6i^{(2)}-6-(-2\times 1)=8V$$

$$u=u^{(1)}+u^{(2)}=9+8=17V$$

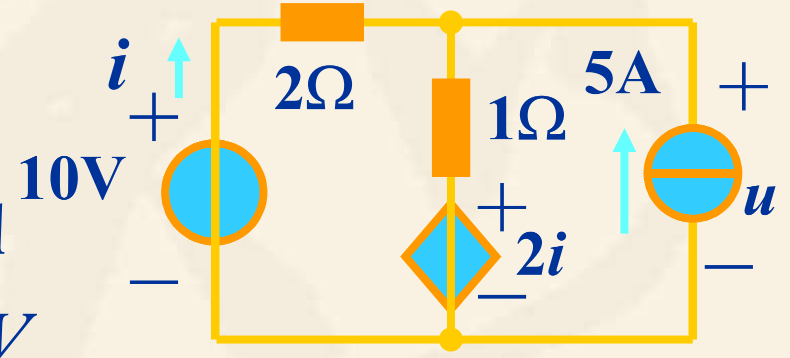
画出分电路图





说明：叠加方式是任意的，可以一次一个独立源单独作用，也可以一次几个独立源同时作用，取决于使分析计算简便。

例4 计算电压u电流i。



解 10V电源作用：

$$(2+1)i^{(1)}+2i^{(1)}=10 \qquad i^{(1)}=2A$$

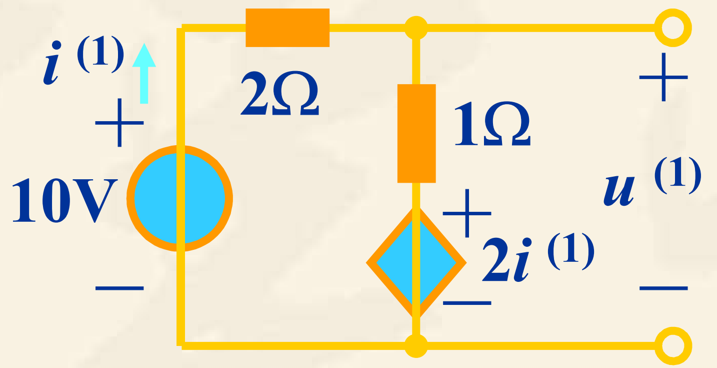
$$u^{(1)}=1\times i^{(1)}+2i^{(1)}=3i^{(1)}=6V$$

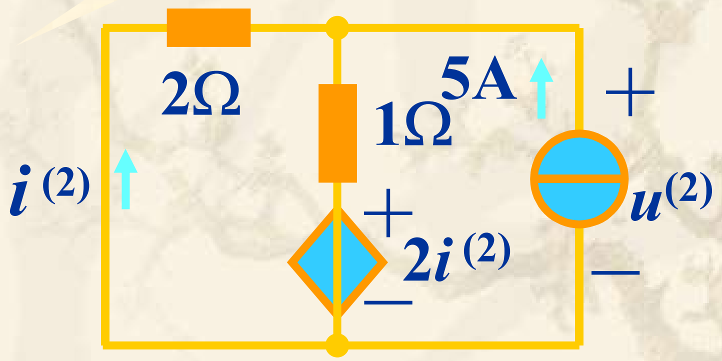
5A电源作用： $2i^{(2)}+1\times(5+i^{(2)})+2i^{(2)}=0 \qquad i^{(2)}=-1A$

$$u^{(2)}=-2i^{(2)}=-2\times(-1)=2V$$

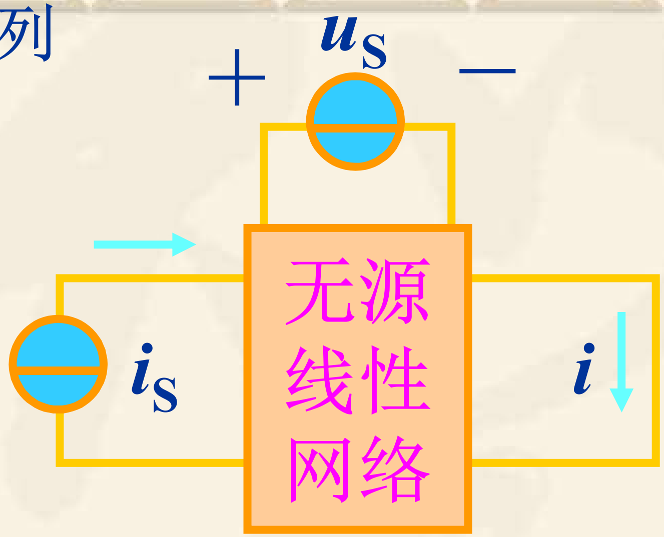
$$u=6+2=8V \qquad i=2+(-1)=1A$$

受控源始终保留





例5 封装好的电路如图，已知下列实验数据：



当 $u_S = 1V$， $i_S = 1A$ 时，

响应 $i = 2A$

当 $u_S = -1V$， $i_S = 2A$ 时，

响应 $i = 1A$

求 $u_S = -3V$， $i_S = 5A$ 时，响应 $i = ?$

解 根据叠加定理，有： $i = k_1 i_S + k_2 u_S$

代入实验数据，得： $\begin{cases} k_1 + k_2 = 2 \\ 2k_1 - k_2 = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} k_1 = 1 \\ k_2 = 1 \end{cases}$

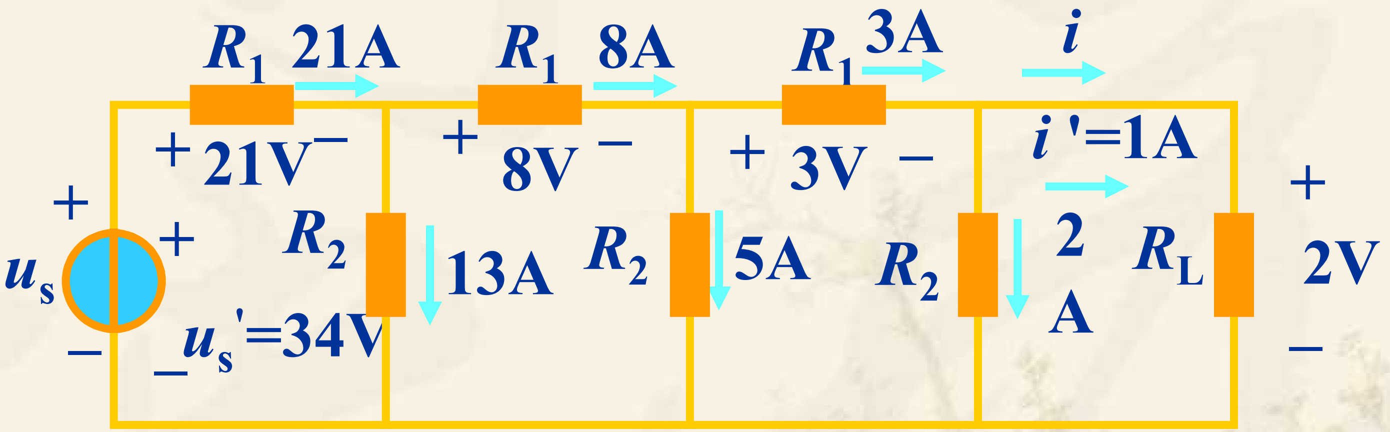
$$i = u_S + i_S = -3 + 5 = 2A$$

上 页 下 页

5. 齐性原理（Homogeneity Property)

线性电路中，所有激励(独立源)都增大(或减小)同样的倍数，则电路中响应(电压或电流)也增大(或减小)同样的倍数。当激励只有一个时，则响应与激励成正比。

例6. $R_L=2\Omega$ $R_1=1\ \Omega$ $R_2=1\ \Omega$ $u_s=51V$ 求电流 i 。



解 采用倒推法：设i'=1A。

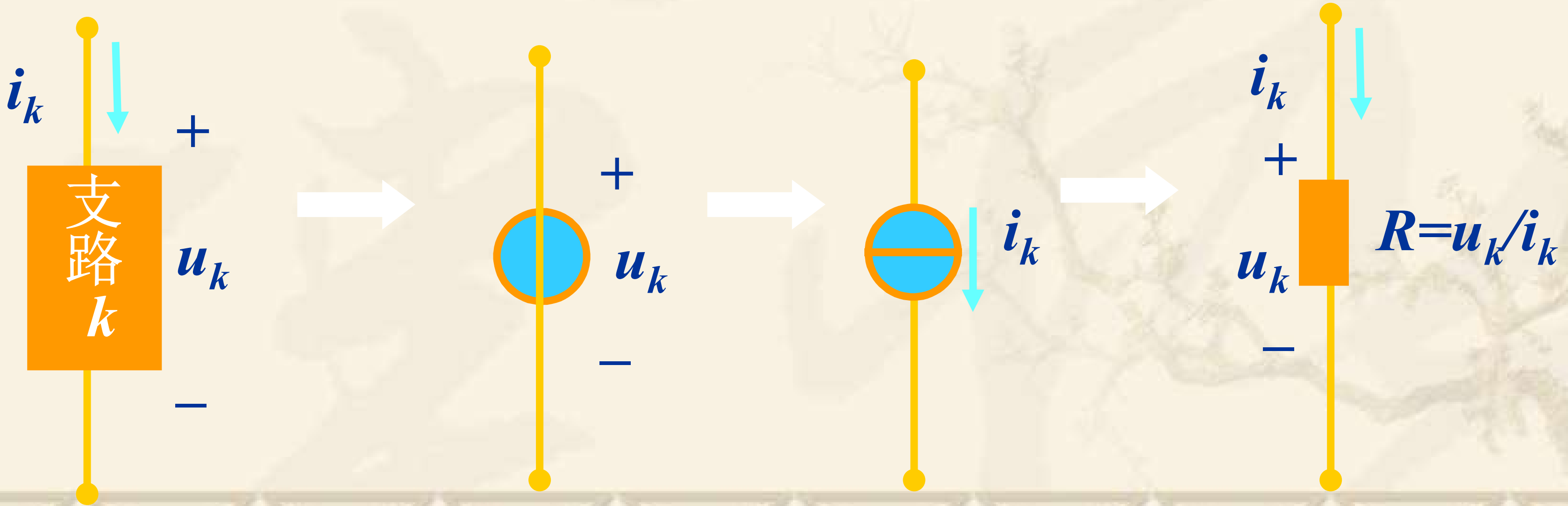
则 $\dfrac{i}{i'}=\dfrac{u_s}{u'_s}$ 即 $i=\dfrac{u_s}{u'_s}i'=\dfrac{51}{34}\times 1=1.5A$

上 页 下 页

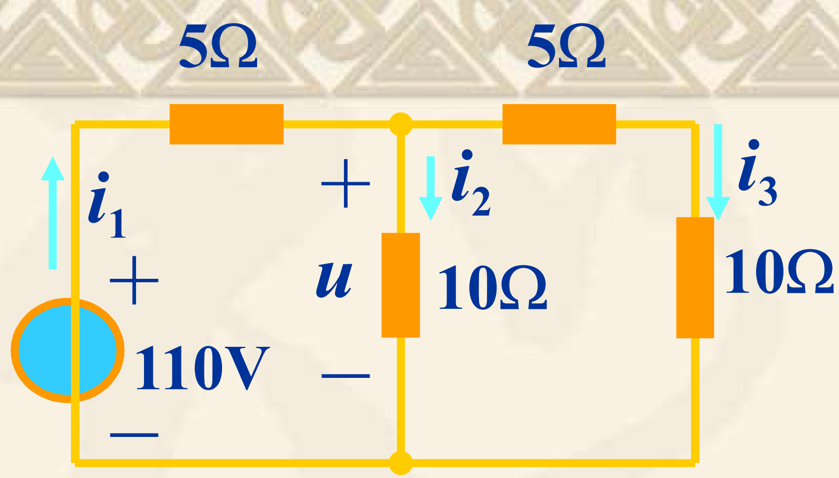
4. 2 替代定理 (Substitution Theorem)

1.替代定理

对于给定的任意一个电路，若某一支路电压为u_k、电流为i_k，那么这条支路就可以用一个电压等于u_k的独立电压源，或者用一个电流等于i_k的独立电流源，或用一$R=u_k/i_k$的电阻来替代，替代后电路中全部电压和电流均保持原有值(解答唯一)。



例 求图示电路的支路电压和电流。



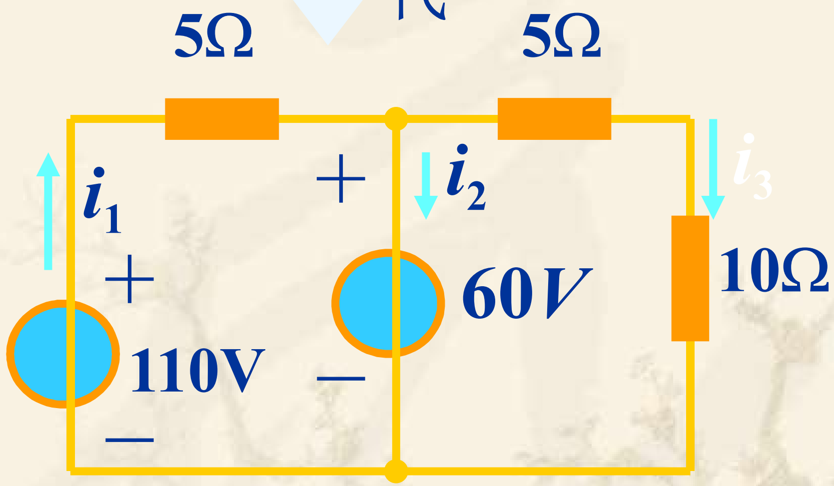
解 $i_1 = 110/[5+(5+10)//10]$

$= 10A$

$i_2 = 3i_1/5 = 6A \quad i_3 = 2i_1/5 = 4A$

$u = 10i_2 = 60V$

替代



替代以后有：

$i_1 = (110-60)/5 = 10A$

$i_3 = 60/15 = 4A$

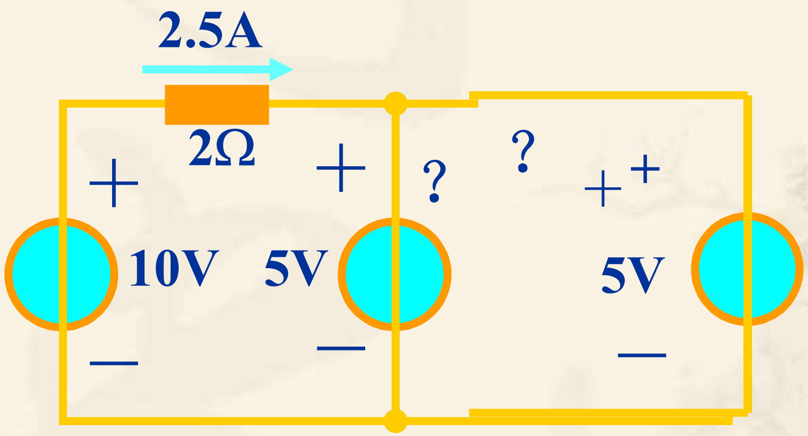
$i_2 = i_1 - i_3 = 6A$

替代后各支路电压和电流完全不变。

注

1.替代定理既适用于线性电路，也适用于非线性电路。

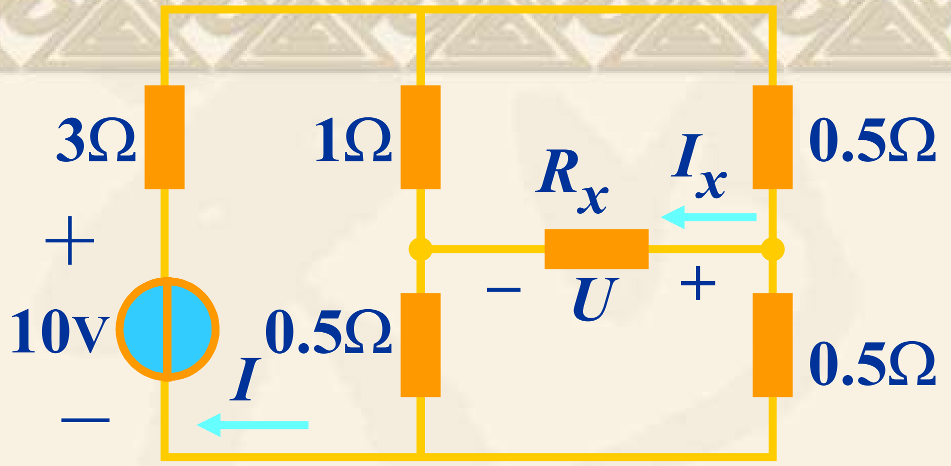
2. 替代后电路必须有唯一解 $\begin{cases}\text{无纯电压源回路；}\\ \text{无纯电流源节点(含广义节点)。}\end{cases}$



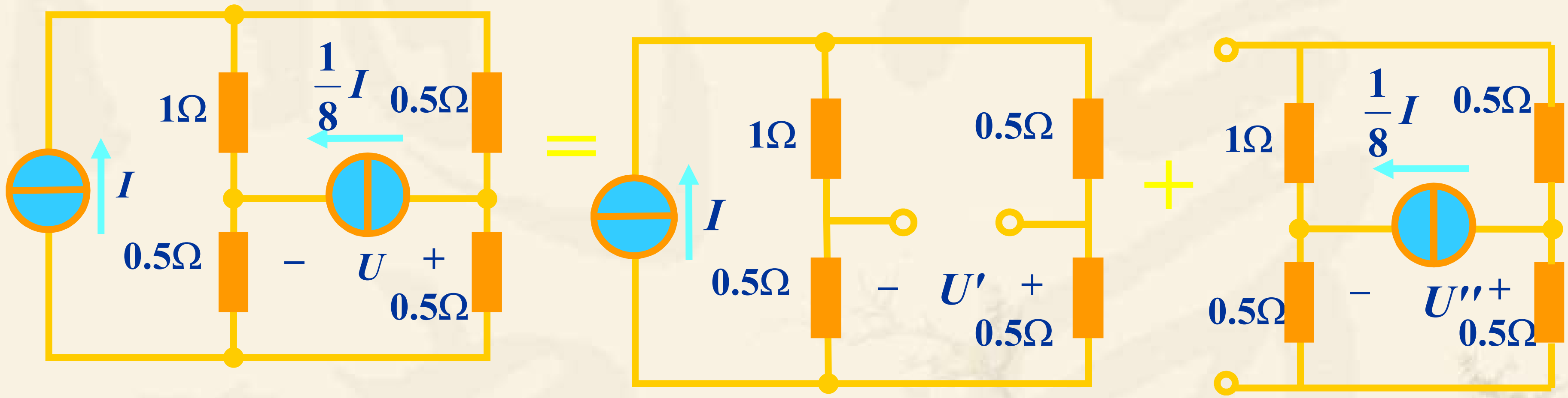
3.替代后其余支路及参数不能改变。

3. 替代定理的应用

例1 若要使 $I_x=\dfrac{1}{8}I$，试求R_x。



解 用替代定理：



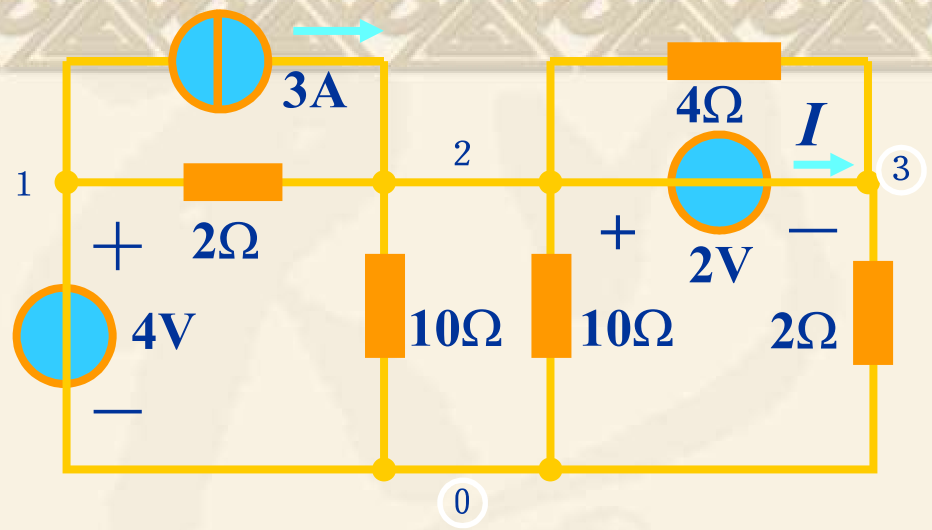
$$U'=\frac{1.5}{2.5}I\times0.5-\frac{1}{2.5}I\times0.5=0.1I$$

$$U''=-\frac{1.5}{2.5}\times\frac{1}{8}I=-0.075I$$

$$U=U'+U''=0.025I=0.2I_x$$

$$R_x=\frac{U}{I_x}=0.2\Omega$$

例2 2V电压源用多大的电阻置换而不影响电路的工作状态。



解 应用结点电压法得:

$$u_{n1}=4V$$

$$(\frac{1}{2}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{4})u_{n2}-\frac{1}{2}u_{n1}-\frac{1}{4}u_{n3}=3-I$$

$$(\frac{1}{2}+\frac{1}{4})u_{n3}-\frac{1}{4}u_{n2}=I$$

$$u_{n2}-u_{n3}=2V$$

$$I=1A$$

$$R=2/1=2\Omega$$

上 页 下 页

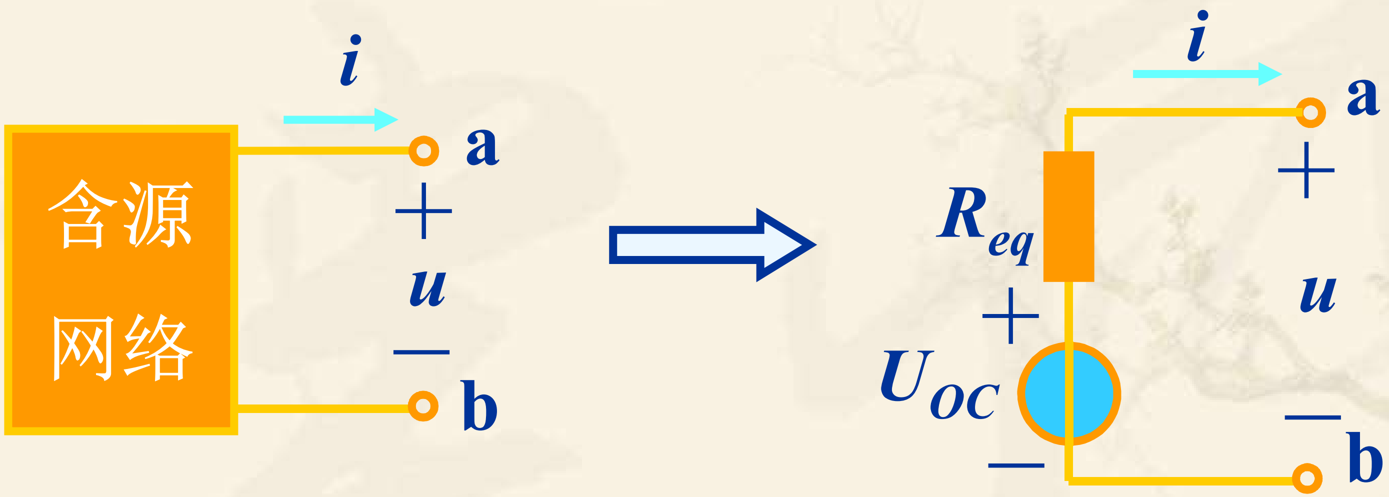
4.3 戴维宁定理和诺顿定理 (Thevenin-Norton Theorem)

工程应用中，常常遇到只需研究某一支路的电压、电流或功率的问题。另外，电路中还经常包含非线性电路元件。

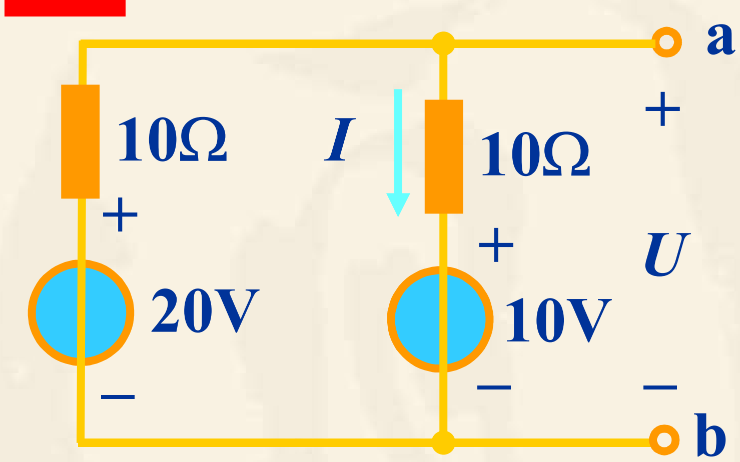
对所关心的支路来说，电路的其余部分就成为一个有源二端网络，可等效变换为较简单的含源支路(电压源与电阻串联或电流源与电阻并联支路)，使分析和计算简化。戴维宁定理和诺顿定理给出了等效含源支路及其计算方法。

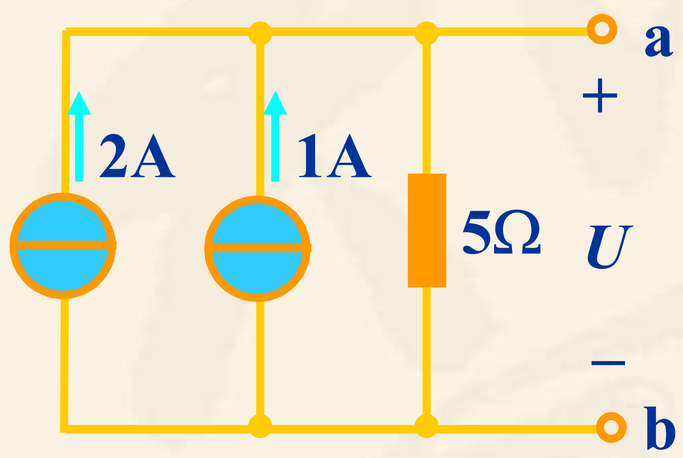
1. 戴维宁定理

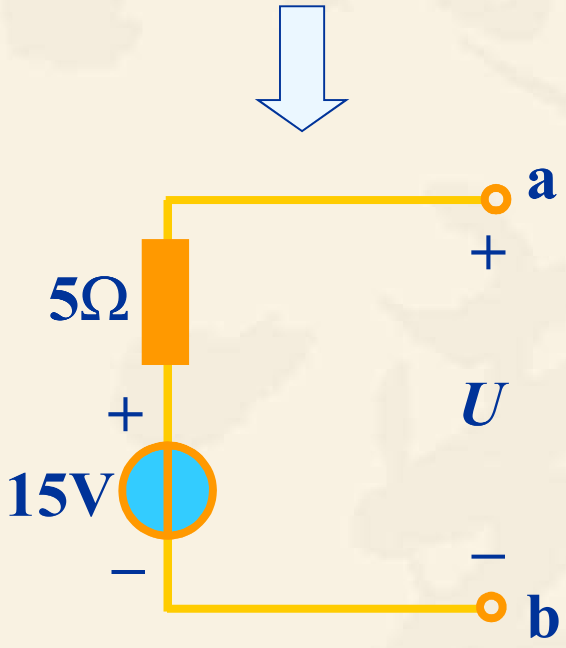
任何一个线性含源一端口网络，对外电路来说，总可以用一个电压源和电阻的串联组合来等效置换；此电压源的电压等于外电路断开时端口处的开路电压u_{OC}，而电阻等于一端口的输入电阻（或等效电阻R_{eq}）。



例







(1) 求开路电压U_{OC}

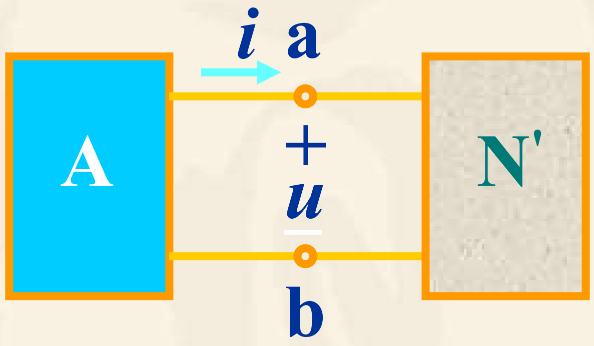
$$I=\frac{20-10}{20}=0.5A$$

$$U_{OC}=0.5\times10+10=15V$$

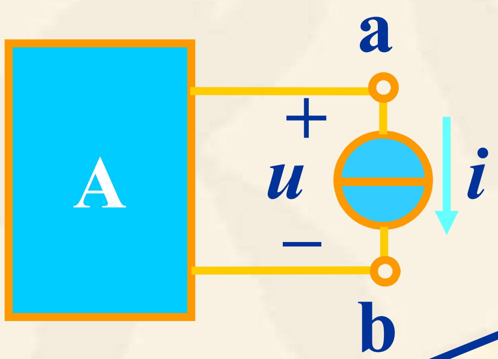
(2) 求等效电阻R_{eq}

$$R_{eq}=10\,//\,10=5$$

2. 定理的证明

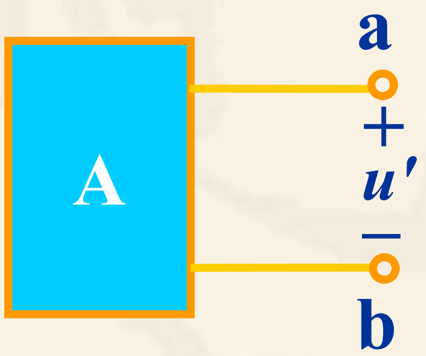


替代

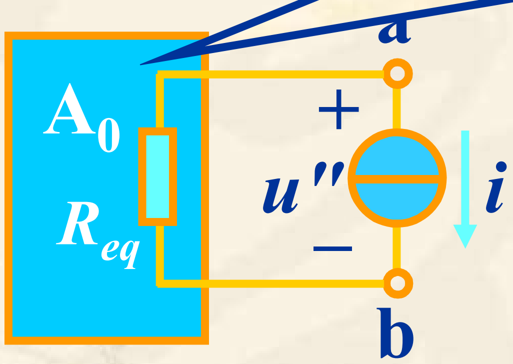


A中独立源置零

叠加

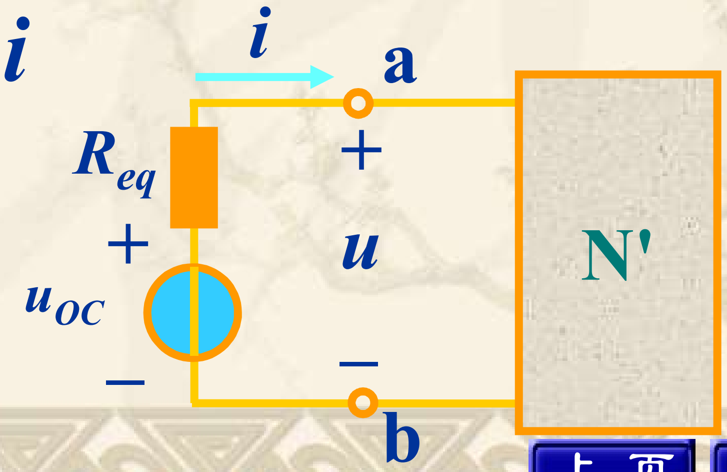


+



则 $u' = u_{OC}$ $u'' = -R_{eq} i$

$$\boxed{\begin{aligned} u &= u' + u'' \\ &= u_{OC} - R_{eq} i \end{aligned}}$$



上 页 下 页

3. 定理的应用

(1) 开路电压U_{OC}的计算

戴维宁等效电路中电压源电压等于将外电路断开时的开路电压U_{OC}，电压源方向与所求开路电压方向一致。计算U_{OC}的方法根据电路形式选择前面学过的任意方法，使易于计算。

a、利用KCL、KVL列方程；

b、利用等效变换方法（分压、分流、电源等效变换法）；

c、利用电路一般分析方法（支路电流法、网孔电流法、结点电压法）；

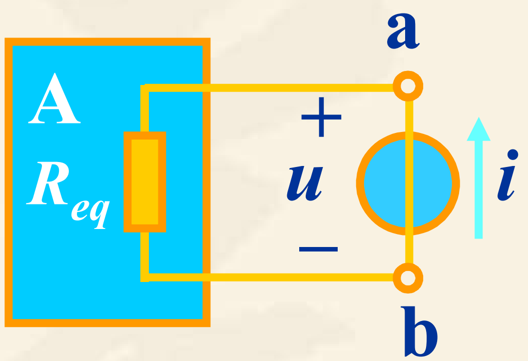
d、利用叠加定理和替代定理。

（2）等效电阻的计算

等效电阻R_{eq}为将含源一端口内所有独立电源置零（电压源短路，电流源开路）后，所得到的无源一端口网络的输入电阻。常用下列方法计算：

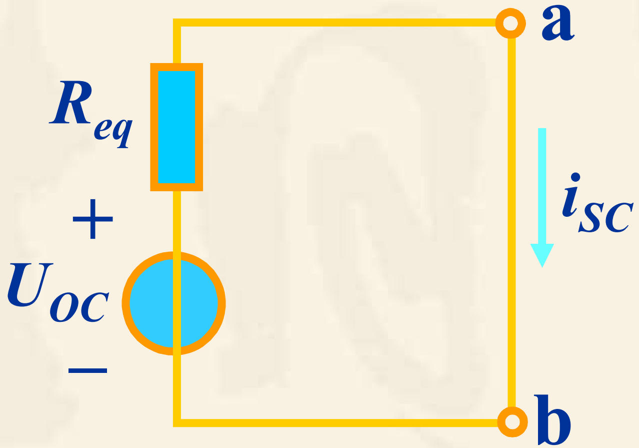
a、当无源一端口内部不含有受控源时可采用电阻串、并联和△－Y 等效变换的方法计算等效电阻；

b、含有受控源时采用外加电源法（加压求流或加流求压）；



$$R_{eq} = \frac{u}{i}$$

c、开路电压，短路电流法。



$$\boxed{R_{eq} = \frac{u_{OC}}{i_{SC}}}$$

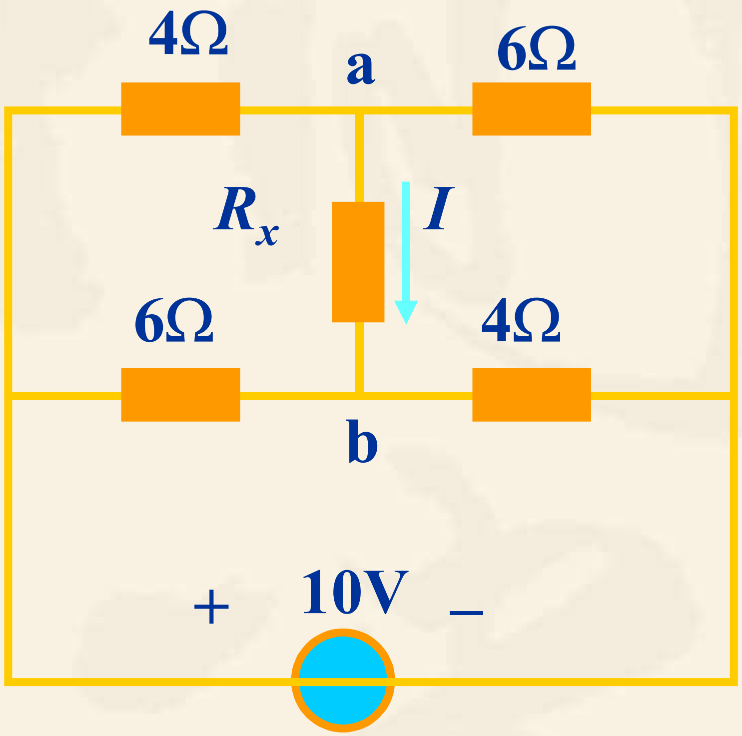
方法 b 和 c 更具有一般性

注

(1) 外电路可以是任意的线性或非线性电路，外电路发生改变时，含源一端口网络的等效电路不变(伏安特性等效)。

(2) 当一端口内部含有受控源时，控制量支路与受控源必须包含在被化简的同一部分电路中。

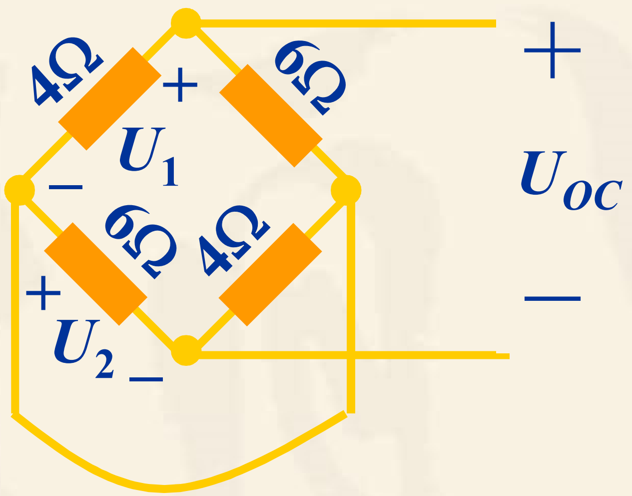
例1 计算R_x分别为1.2Ω、 5.2Ω时的I。



解

由于R_x取不同值，要想得到电流 I，需两次对方程组求解。

保留R_x支路，将其余一端口网络化为戴维宁等效电路，然后再计算电流。



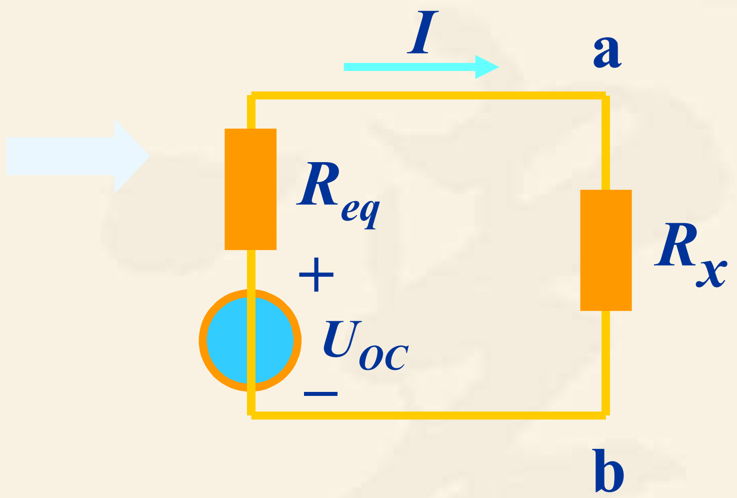
(1) 求开路电压

$$u_{OC} = U_1 + U_2$$

$$= -\frac{10}{4+6}\times 4 + \frac{10}{4+6}\times 6 \quad = 2V$$

(2) 求等效电阻R_{eq}

$$R_{eq} = 4 // 6 + 6 // 4 = 4.8\Omega$$



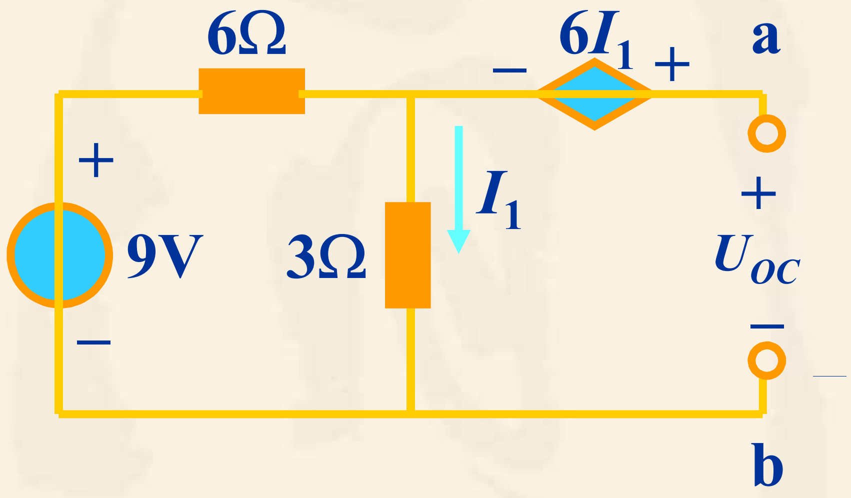
(3) R_x =1.2Ω时

$$I = \frac{U_{OC}}{R_{eq} + R_x} = 0.33A$$

R_x =5.2Ω时

$$I = \frac{U_{OC}}{R_{eq} + R_x} = 0.2A$$

例2 求U_0。



解 (1) 求开路电压U_{OC}

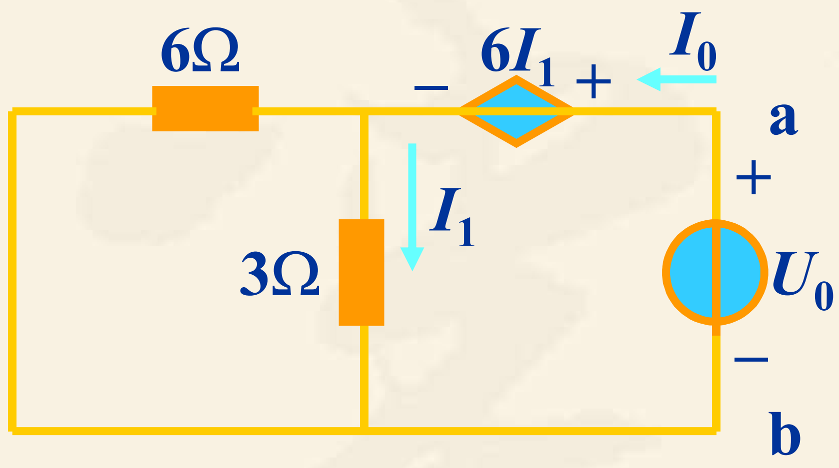
$$U_{OC}=6I_1+3I_1=9I_1$$

$$I_1=\frac{9}{6+3}=1A$$

$$U_{OC}=9V$$

(2) 求等效电阻R_{eq}

方法1：加压求流

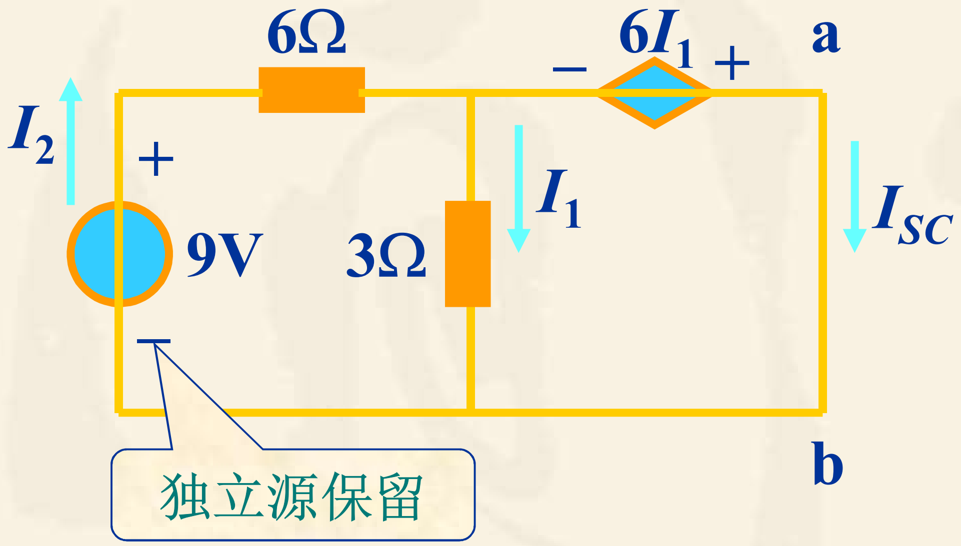


$$U_0=6I_1+3I_1=9I_1$$

$$I_0=I_1+\frac{3I_1}{6}=1.5I_1$$

$$R_{eq}=\frac{U_0}{I_0}=6\Omega$$

方法2：开路电压、短路电流



$$U_{OC} = 9V$$

$$6I_2 + 3I_1 = 9$$

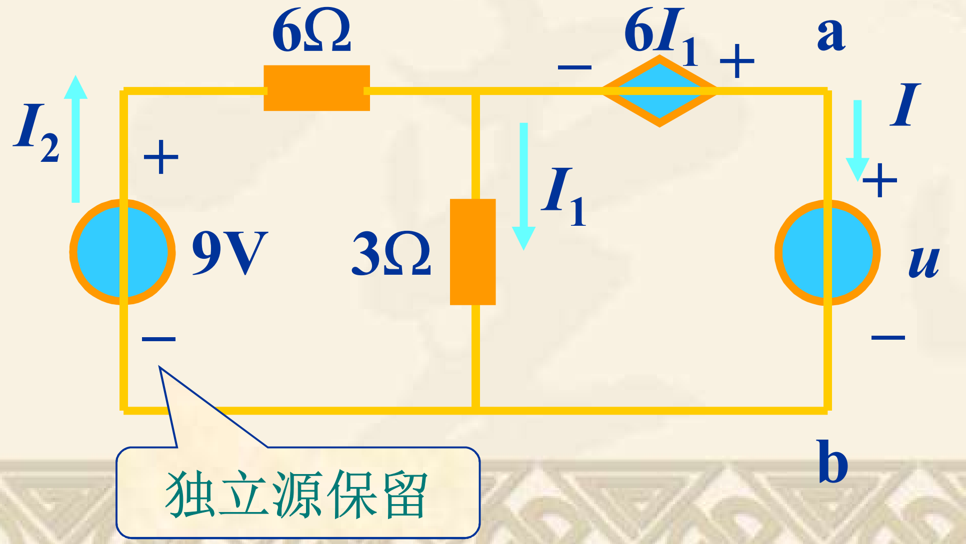
$$6I_1 + 3I_1 = 0 \Rightarrow I_1 = 0$$

$$I_2 = 1.5A$$

$$I_{SC} = I_2 - I_1 = 1.5A$$

$$R_{eq} = \frac{U_{OC}}{I_{SC}} = 6\Omega$$

方法3：端口伏安特性关系法



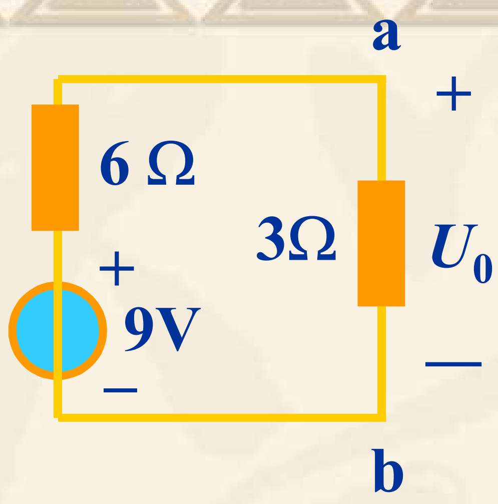
$$\begin{cases} 6I_2 + 3I_1 = 9 \\ 6I_1 + 3I_1 = u \\ I_2 = I_1 + I \end{cases}$$

$$u = 9 - 6I$$

$$U_{OC} = 9V \qquad R_{eq} = 6\Omega$$

上 页 下 页

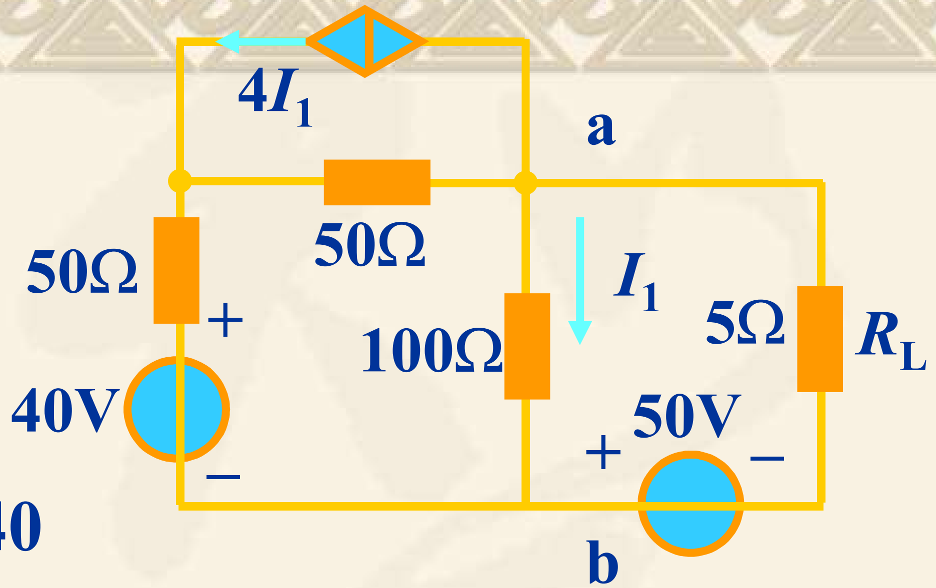
(3) 利用等效电路求U_0



$$U_0 = \frac{3}{6+3} \times 9 = 3\text{V}$$

计算含受控源电路的等效电阻是用外加电源法还是开路、短路法，要具体问题具体分析，以计算最简便为好。端口伏安特性法在分析含有受控源电路时有较大优势。

例3 求负载R_L消耗的功率。

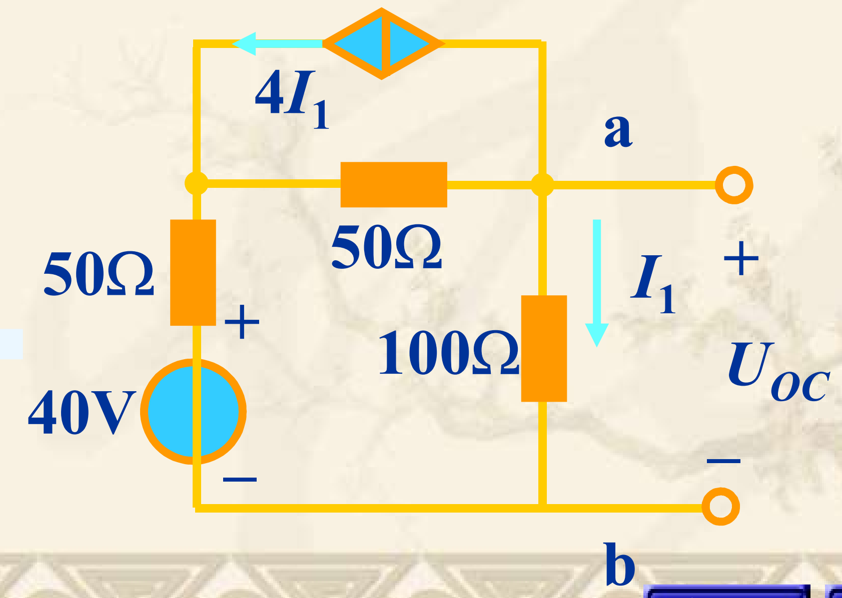


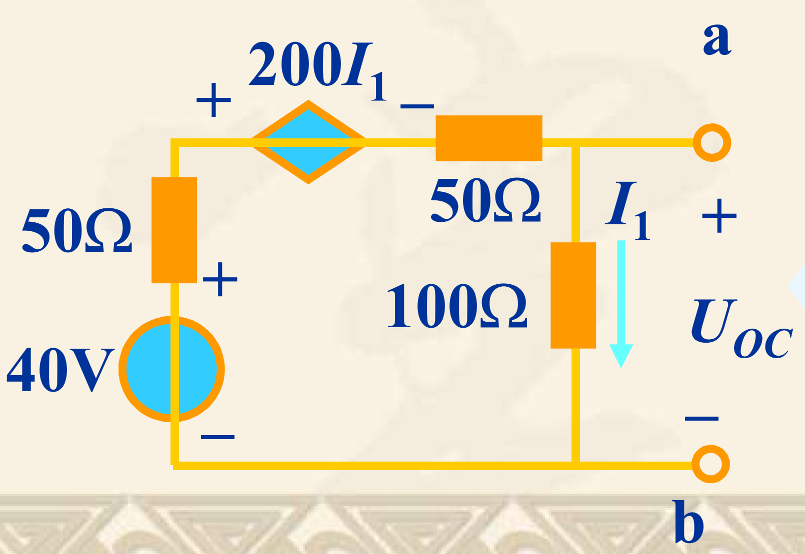
解 (1) 求开路电压U_{OC}

$$50I_1 + 200I_1 + 50I_1 + 100I_1 = 40$$

$$I_1 = 0.1A$$

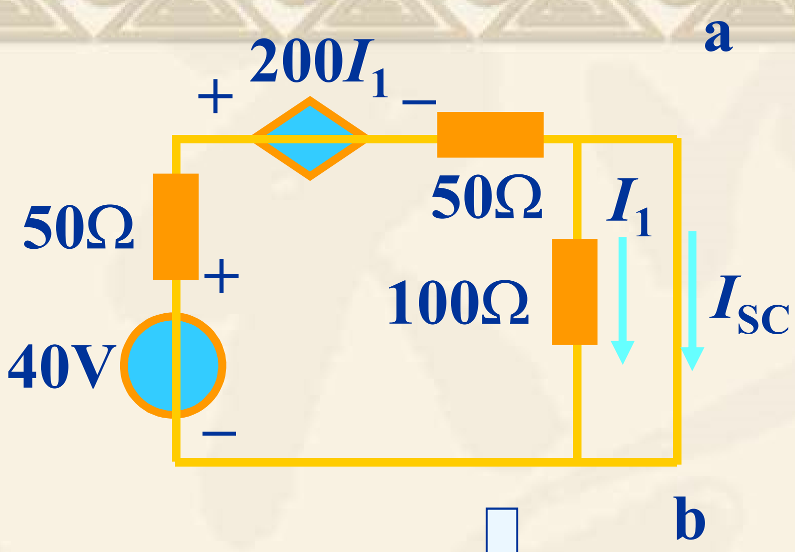
$$U_{OC} = 100I_1 = 10V$$





上 页 下 页

$$U_{OC}=100I_1=10V$$

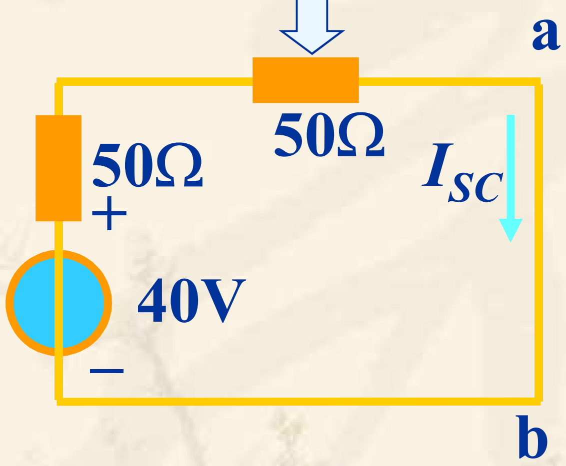


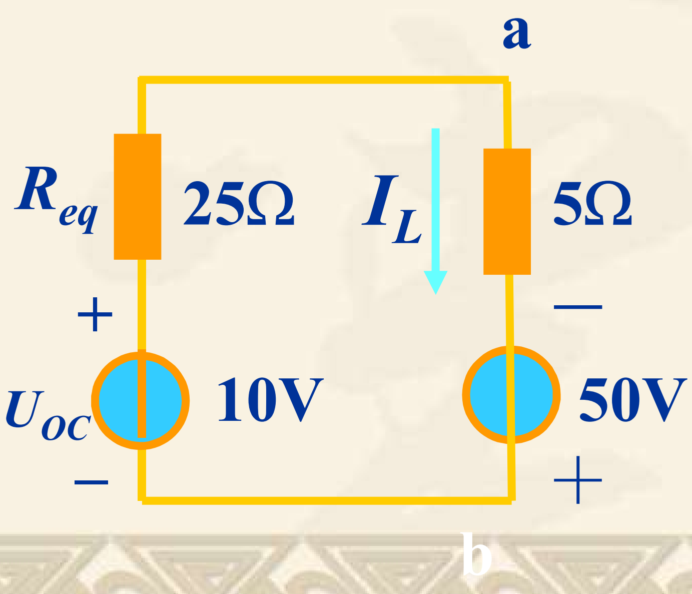
(2) 求等效电阻R_{eq}

用开路电压、短路电流法

$$I_{SC}=40/100=0.4A$$

$$R_{eq}=\frac{U_{OC}}{I_{SC}}=10/0.4=25\Omega$$

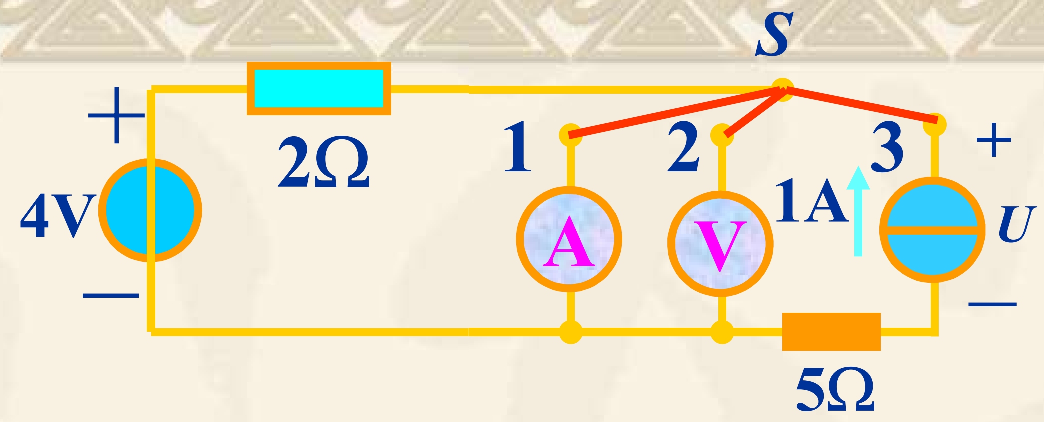




$$I_L=\frac{U_{OC}+50}{25+5}=\frac{60}{30}=2A$$

$$P_L=5I_L^2=5\times4=20W$$

例4



已知开关S

→ 1 (A) ＝2A

→ 2 (V) ＝4V

求开关 S 打向3，电压 U 等于多少？

解

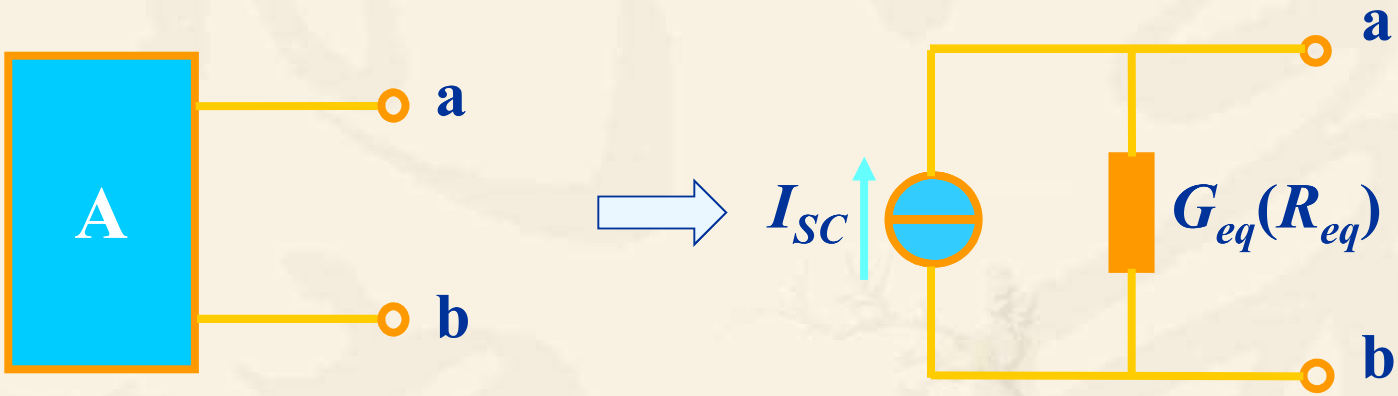
$$i_{SC}=2A,\quad U_{OC}=4V$$

$$\rightarrow \quad R_{eq}=2\Omega$$

$$U=(2+5)\times 1+4=11V$$

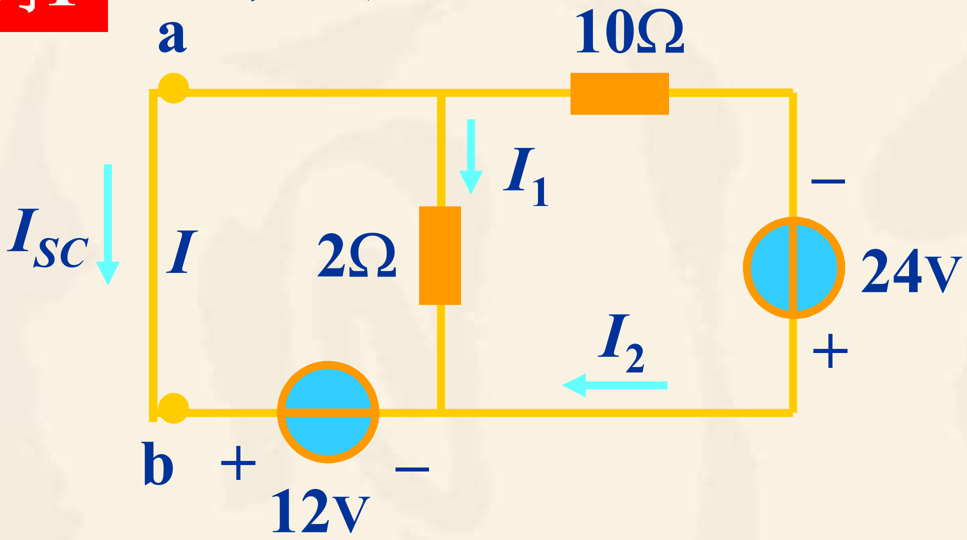
4. 诺顿定理

任何一个含源线性一端口电路，对外电路来说，可以用一个电流源和电导(电阻)的并联组合来等效置换；电流源的电流等于该一端口的短路电流，而电导(电阻)等于把该一端口的全部独立电源置零后的输入电导(电阻)。



诺顿等效电路可由戴维宁等效电路经电源等效变换得到。诺顿等效电路可采用与戴维宁定理类似的方法证明。

例1 求电流*I* 。



解

(1) 求短路电流I_{SC}

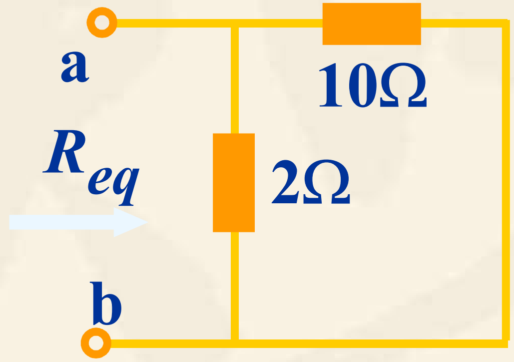
$$I_1 = 12/2 = 6A$$

$$I_2 = (24+12)/10 = 3.6A$$

$$I_{SC} = -(I_1 + I_2) = -9.6A$$

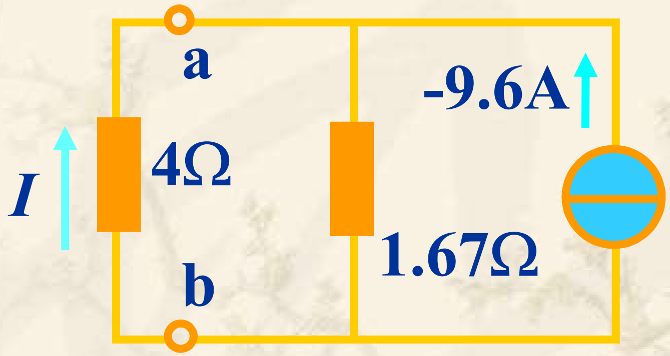
应用分流公式 $I = 2.83A$

(2) 求等效电阻R_{eq}



$$R_{eq} = 10 // 2 = 1.67\Omega$$

(3) 诺顿等效电路



例2 求电压U。

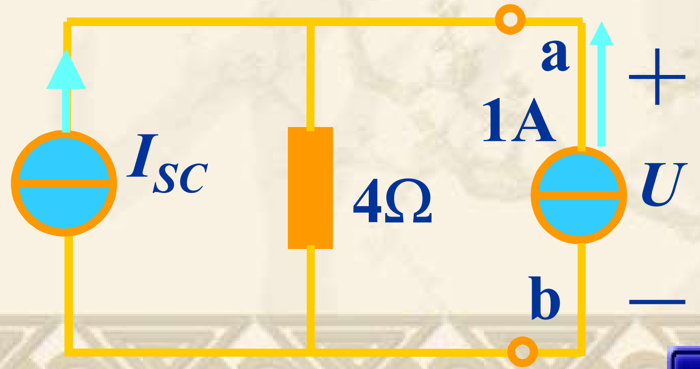
解 本题用诺顿定理求比较方便。因a、b处的短路电流比开路电压容易求。

(1) 求短路电流I_{SC}

$$I_{SC} = \frac{24}{6//6+3} \times \frac{1}{2} + \frac{24}{3//6+6} \times \frac{3}{3+6} = 3A$$

(2) 求等效电阻R_{eq} $R_{eq} = [6//3+6]//[3//6+6] = 4\Omega$

(3) 诺顿等效电路

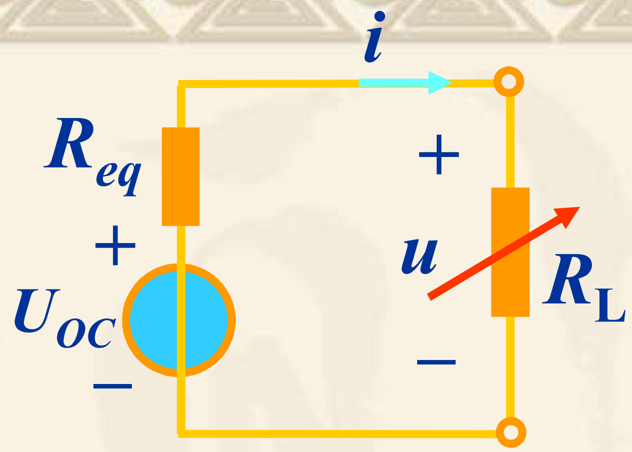


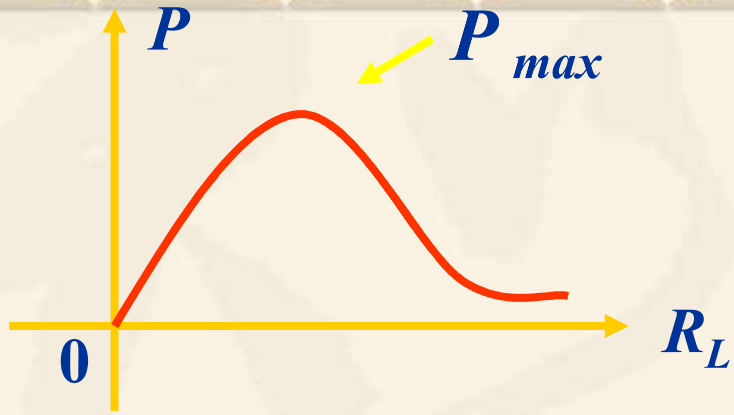
$$U = (3+1) \times 4 = 16V$$

上 页 下 页

4.4 最大功率传输定理

一个含源线性一端口电路，当所接负载不同时，一端口电路传输给负载的功率就不同，讨论负载为何值时能从电路获取最大功率，及最大功率的值是多少的问题是有工程意义的。





$$P = R_L\left(\frac{u_{OC}}{R_{eq} + R_L}\right)^2$$

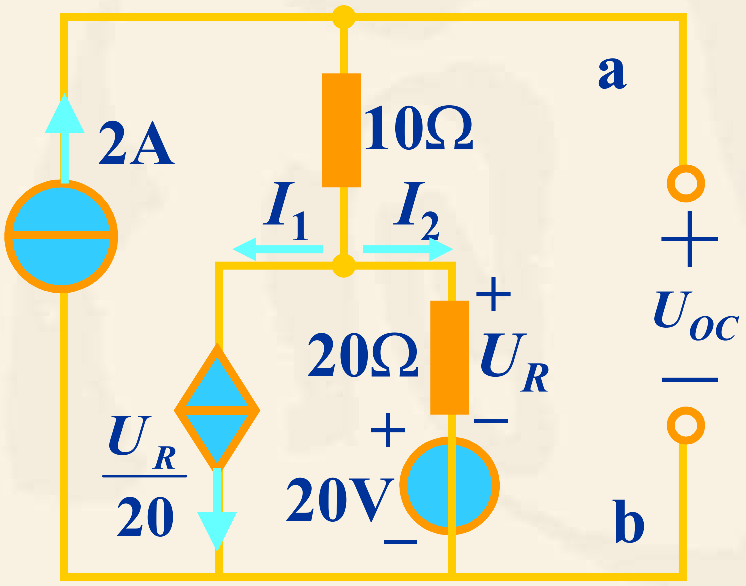
$$\frac{dP}{dR_L} = u_{OC}^2 \frac{(R_{eq} + R_L)^2 - 2R_L(R_{eq} + R_L)}{(R_{eq} + R_L)^4} = 0$$

$$R_L = R_{eq}$$

最大功率匹配条件

$$P_{max} = \frac{u_{oc}^2}{4R_{eq}}$$

例 R_L为何值时其上获得最大功率，并求最大功率。

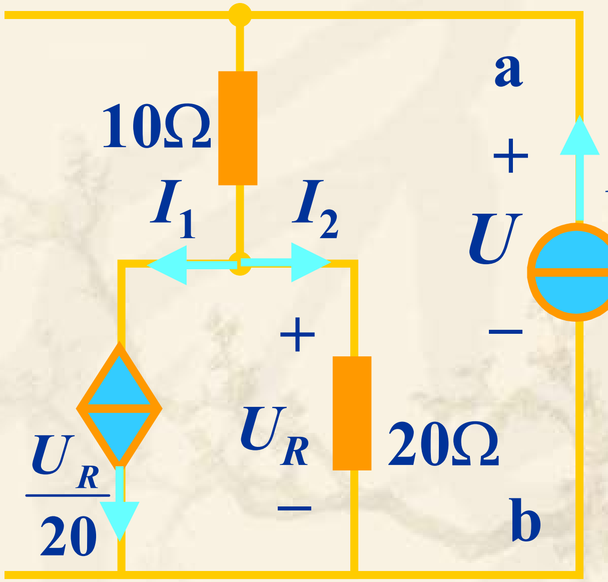


解 (1) 求开路电压U_{OC}

$$I_1 = I_2 = U_R/20 \qquad I_1 + I_2 = 2A$$

$$\Longrightarrow I_1 = I_2 = 1A$$

$$U_{OC} = 2\times10 + 20I_2 + 20 = 60V$$

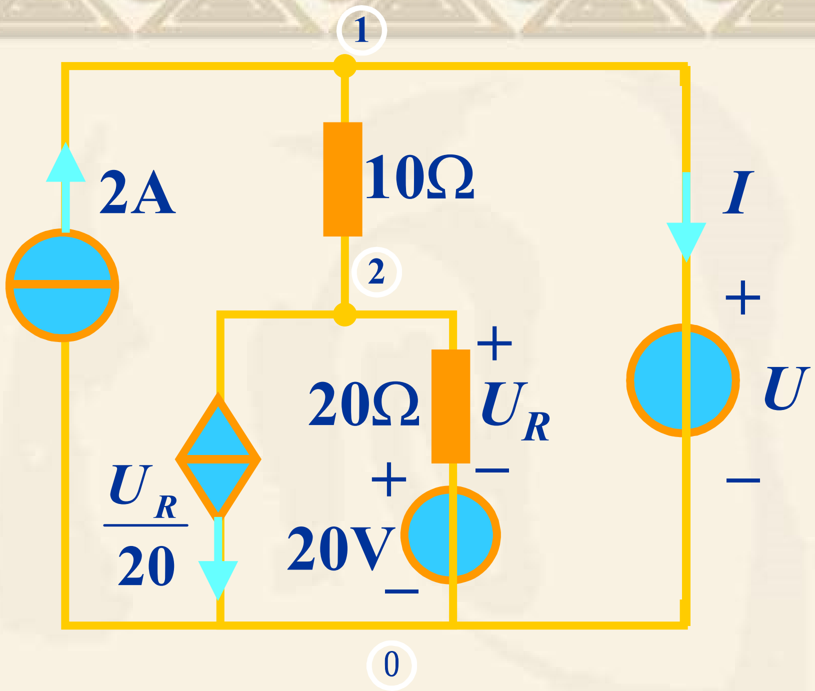


(2) 求等效电阻R_{eq}

$$I_1 = I_2 = I/2$$

$$U = 10I + 20\times I/2 = 20I$$

$$R_{eq} = \frac{U}{I} = 20\Omega$$



解 利用伏安特性关系求解

$$\frac{U_{n1}}{10}-\frac{U_{n2}}{10}=2-I$$

$$\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{20}\right)U_{n2}-\frac{1}{10}U_{n1}=\frac{20}{20}-\frac{U_R}{20}$$

$$U_{n1}=U$$

$$U_R=U_{n2}-20$$

$$\Rightarrow \quad U=60-20I$$

$$U_{OC}=60V \qquad R_{eq}=20\Omega$$

(3) 由最大功率传输定理得:

$$R_L = R_{eq} = 20\Omega$$ 时其上可获得最大功率

$$P_{\max} = \frac{U_{OC}^2}{4R_{eq}} = \frac{60^2}{4\times 20} = 45W$$

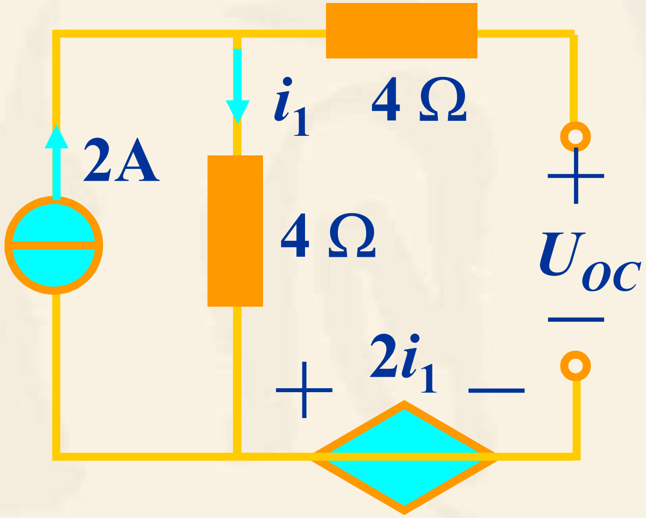
注

(1) 最大功率传输定理用于一端口电路给定，负载电阻可调的情况；

(2) 一端口等效电阻消耗的功率一般并不等于端口内部消耗的功率，因此当负载获取最大功率时，电路的传输效率并不一定是50%；

(3) 计算最大功率问题结合应用戴维宁定理 或诺顿定理最方便。

例 R_L为何值时其上获得最大功率，并求最大功率。

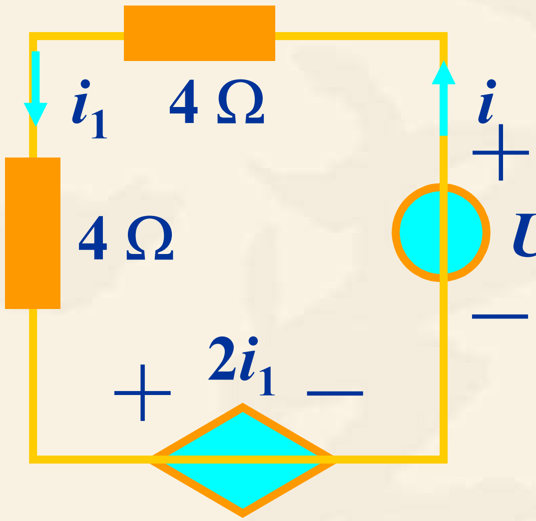


解 (1) 求开路电压U_{OC}

$$U_{OC} = 4i_1 + 2i_1 = 6i_1$$

$$i_1 = 2\text{A} \qquad U_{OC} = 12\text{V}$$

(2) 求等效电阻R_{eq}



$$U = 8i_1 + 2i_1 = 10i_1$$

$$R_{eq} = \frac{U}{i_1} = 10\Omega$$

$$P_{max} = \frac{U_{OC}^2}{4R_{eq}} = \frac{12^2}{4\times 10} = 3.6W$$

4.5　特勒根定理
(Tellegen's　Theorem)

1.　特勒根定理1

任何时刻，对于一个具有n个结点和b条支路的集总电路，在支路电流和电压取关联参考方向下，满足：

$$\sum_{k=1}^{b} u_k i_k = 0$$

功率守恒

表明任何一个电路的全部支路吸收的功率之和恒等于零。

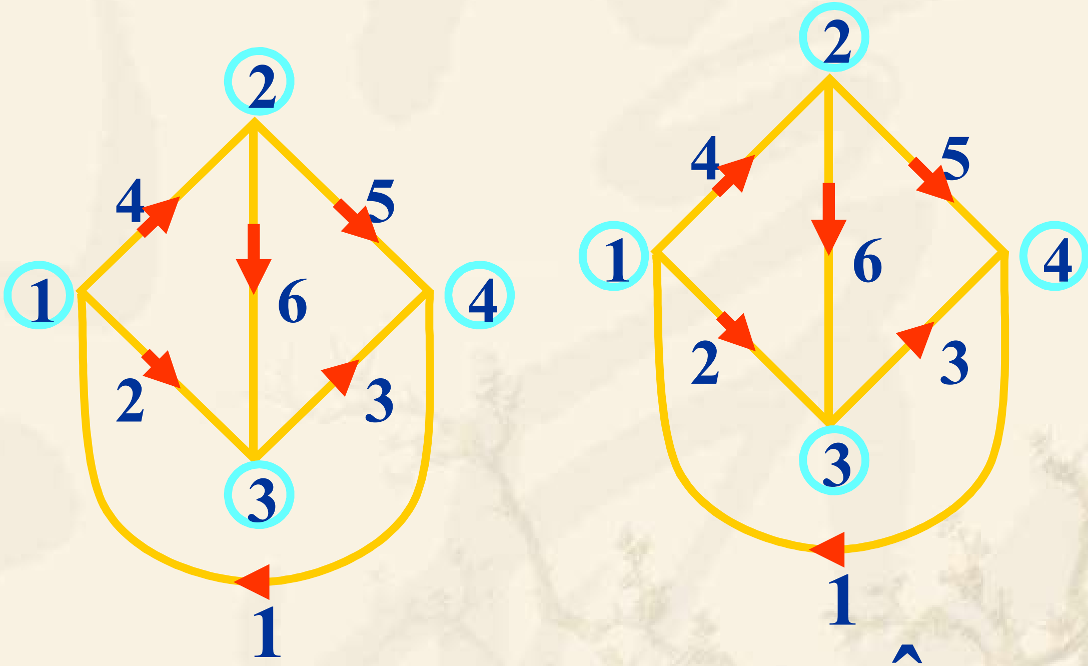
2. 特勒根定理2

任何时刻，对于两个具有n个结点和b条支路的集总电路，当它们具有相同的图，但由内容不同的支路构成，在支路电流和电压取关联参考方向下，满足:

$$\sum_{k=1}^{b} u_k \hat{i}_k = 0$$

$$\sum_{k=1}^{b} \hat{u}_k i_k = 0$$

拟功率定理



(u_k, i_k) $(\hat{u}_k, \hat{i}_k)$

例1 (1) $R_1=R_2=2\Omega$, $U_s=8V$ 时，$I_1=2A$, $U_2=2V$

(2) $R_1=1.4\ \Omega$, $R_2=0.8\Omega$, $U_s=9V$时，$I_1=3A$, 求此时的U_2。

解 把（1）、（2）两种情况看成是结构相同，参数不同的两个电路，利用特勒根定理2

由(1)得：$U_1=4V$, $I_1=2A$, $U_2=2V$, $I_2=U_2/R_2=1A$

由(2)得：$\hat{U}_1=9-3\times1.4=4.8V$, $\hat{I}_1=3A$, $\hat{I}_2=\hat{U}_2/R_2=(5/4)\hat{U}_2$

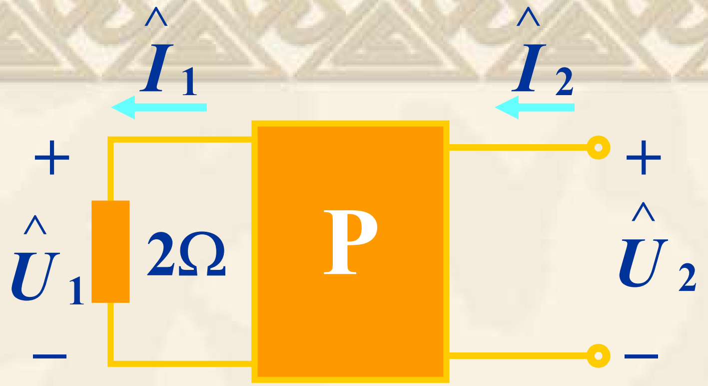
$$U_1(-\hat{I}_1)+U_2\hat{I}_2+\sum_{k=3}^{b}R_kI_k\hat{I}_k=\hat{U}_1(-I_1)+\hat{U}_2I_2+\sum_{k=3}^{b}R_k\hat{I}_kI_k$$

(负号是因为U_1, I_1的方向不同)

$$\hat{U}_2=2.4/1.5=1.6V$$

$$-4\times3+2\times1.25\hat{U}_2=-4.8\times2+\hat{U}_2\times1$$

例2.



已知： $U_1=10\text{V}, I_1=5\text{A}, U_2=0, I_2=1\text{A}$ $\quad \hat{U}_2 = 10\text{V}$ $\quad$ 求 $\hat{U}_1$.

解

$$\begin{cases} U_1 \hat{I}_1 + U_2(-\hat{I}_2) = \hat{U}_1(-I_1) + \hat{U}_2 I_2 \\ \hat{U}_1 = 2\hat{I}_1 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow U_1 \times \frac{\hat{U}_1}{2} = \hat{U}_1(-I_1) + \hat{U}_2 I_2$$

$$10 \times \frac{\hat{U}_1}{2} = \hat{U}_1 \times (-5) + 10 \times 1$$

$$\Longrightarrow \hat{U}_1 = 1\text{V}.$$

应用特勒根定理需注意：

（1）电路中的支路电压必须满足**KVL**；

（2）电路中的支路电流必须满足**KCL**；

（3）电路中的支路电压和支路电流必须满足关联参考方向；

（否则公式中加负号）

（4）定理的正确性与元件的特征全然无关。

4.6 互易定理 (*Reciprocity Theorem*)

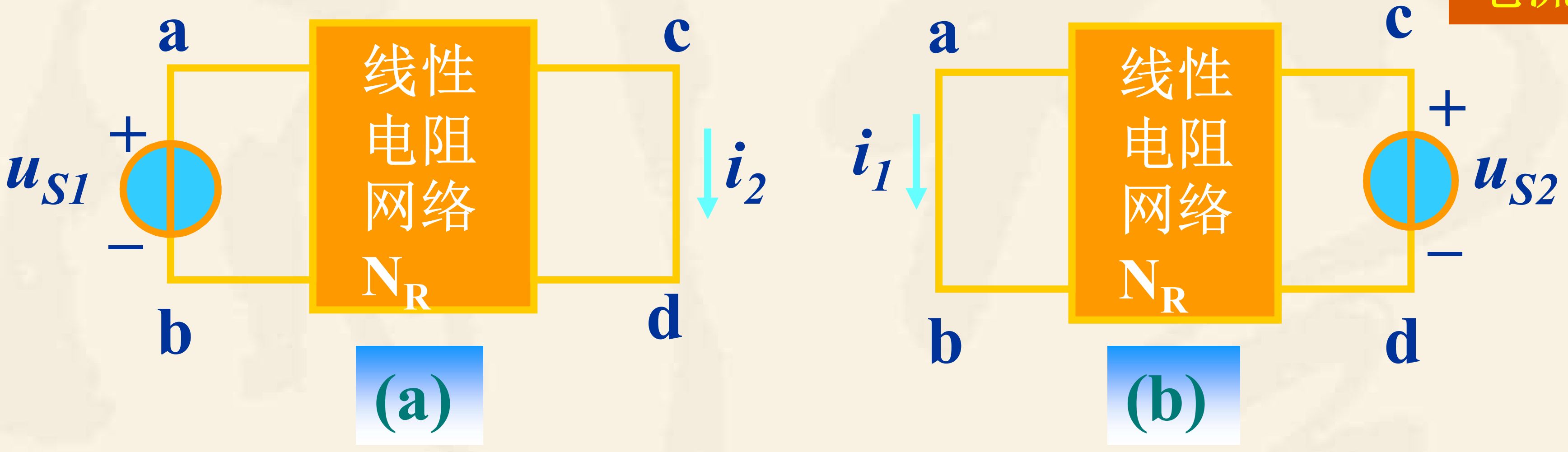
互易性是一类特殊的线性网络的重要性质。一个具有互易性的网络在输入端（激励）与输出端（响应）互换位置后，同一激励所产生的响应并不改变。具有互易性的网络叫互易网络，互易定理是对电路的这种性质所进行的概括，它广泛的应用于网络的灵敏度分析和测量技术等方面。

1. 互易定理

对一个仅含电阻的二端口电路N_R，其中一个端口加激励源，一个端口作响应端口，在只有一个激励源的情况下，当激励与响应互换位置时，同一激励所产生的响应相同。

● 情况1

激励 ⟷ 电压源　响应 ⟷ 短路电流



则两个支路中电压电流有如下关系：

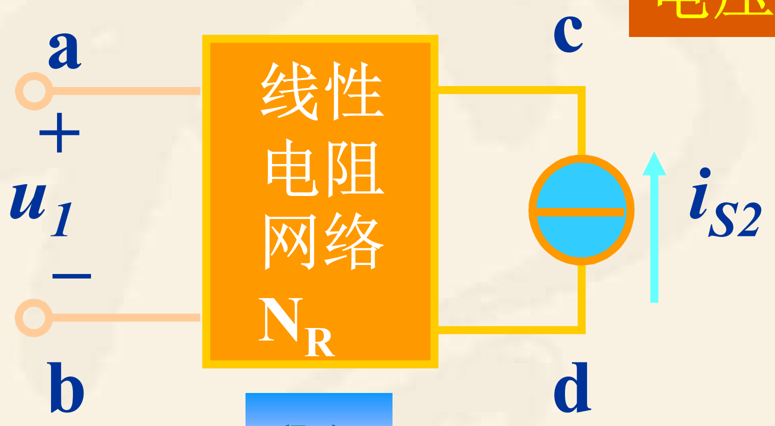
$$\frac{i_2}{u_{S1}} = \frac{i_1}{u_{S2}} \quad 或 \quad u_{S1} i_1 = u_{S2} i_2$$

当 $u_{S1} = u_{S2}$ 时，$i_2 = i_1$

● 情况2

激励 ↔ 电流源　　响应 ↔ 开路电压

(a)



(b)

则两个支路中电压电流有如下关系：

$$\frac{u_2}{i_{S1}} = \frac{u_1}{i_{S2}} \quad \text{或} \quad u_1 i_{S1} = u_2 i_{S2}$$

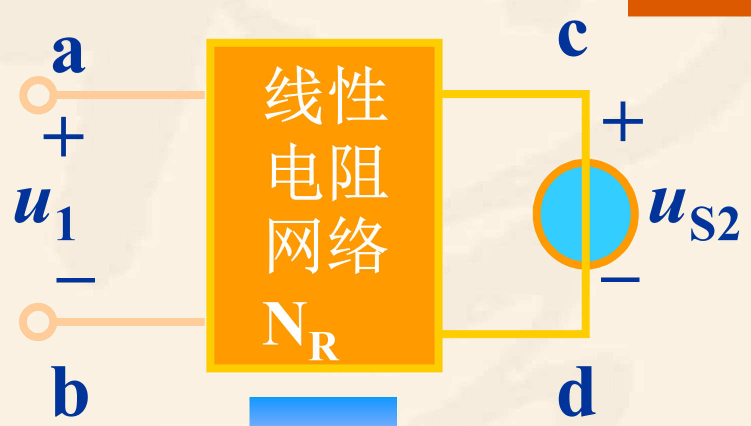
当 $i_{S1} = i_{S2}$ 时，$u_2 = u_1$

● 情况3

激励 —— 图a —— 电流源；图b —— 电压源

响应 —— 图a —— 短路电流；图b —— 开路电压

(a)



(b)

则两个支路中电压电流在数值上有如下关系：

$$\frac{i_2}{i_{S1}}=\frac{u_1}{u_{S2}} \quad \text{或} \quad u_1 i_{S1}=u_{S2} i_2$$

当 $i_{S1}=u_{S2}$ 时，$i_2=u_1$

应用互易定理分析电路时应注意：

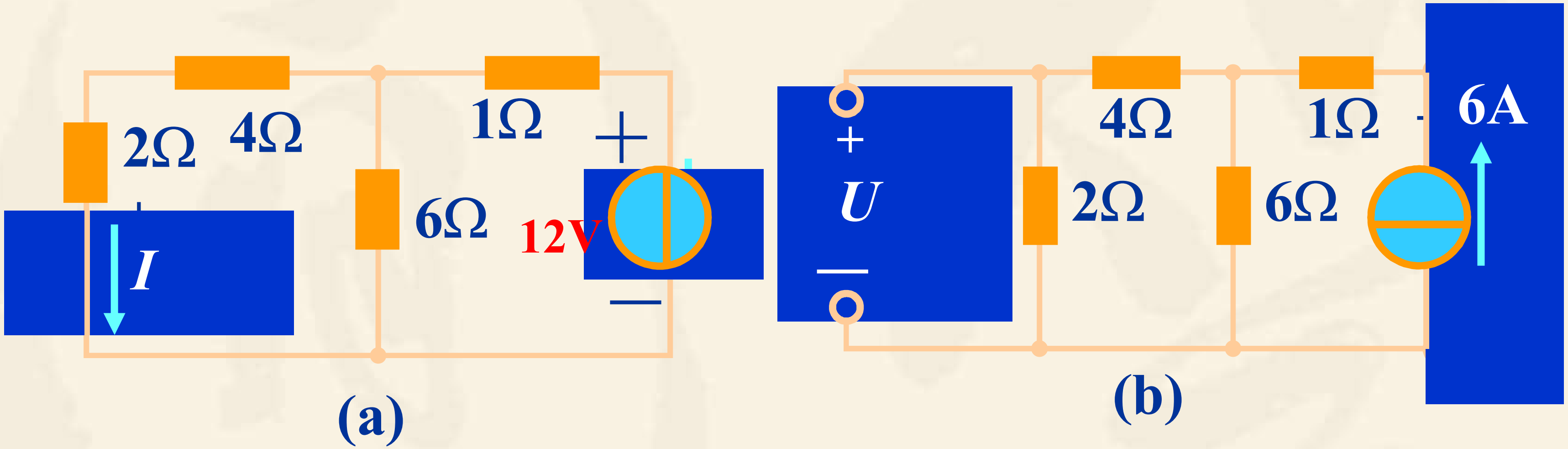
（1）互易前后应保持网络的拓扑结构不变，仅理想电源搬移；

（2）互易前后端口处的激励和响应的极性保持一致（要么都关联，要么都非关联）；

（3）互易定理只适用于线性电阻网络在单一电源激励下，两个支路电压电流关系。

（4）含有受控源的网络，互易定理一般不成立。

例1 求(a)图电流I，(b)图电压U。



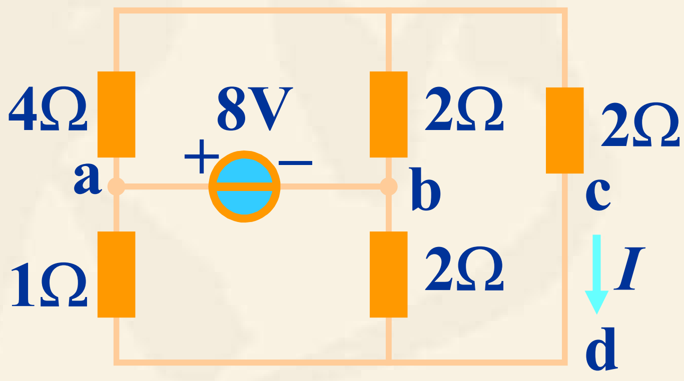
解 利用互易定理

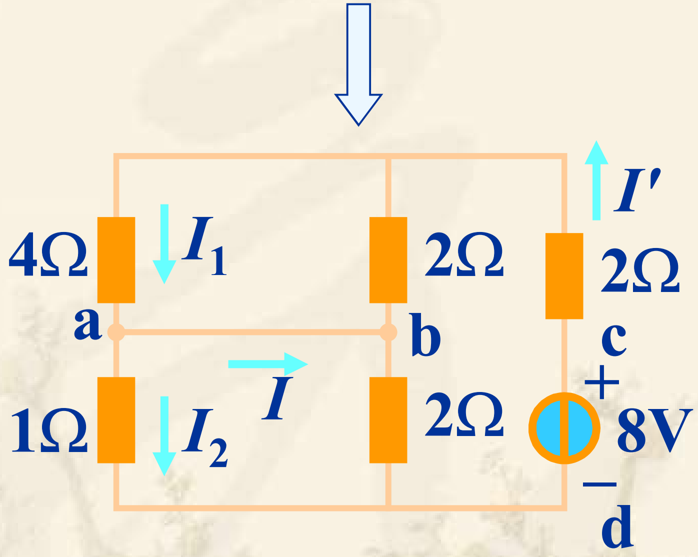
$$I=\frac{12}{1+6/\!/6}\times\frac{1}{2}=1.5\mathrm{A}$$

$$U=3\times2=6V$$

例2　求电流I。

解　利用互易定理





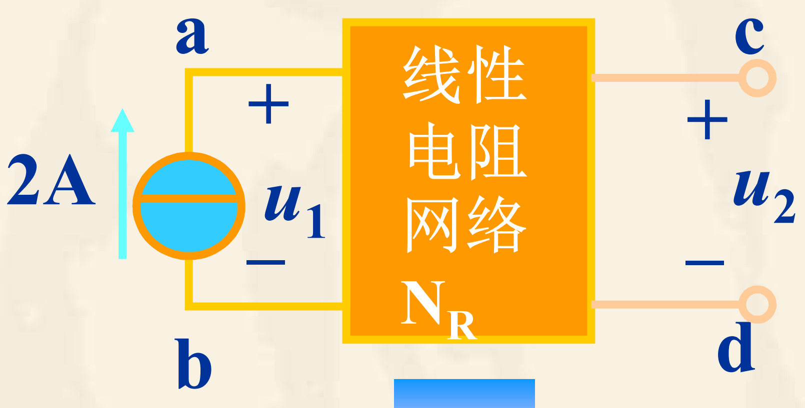
$$I' = \frac{8}{2+4/\!/2+1/\!/2} = \frac{8}{4} = 2\text{A}$$

$$I_1 = I'\times 2/(4+2) = 2/3\text{A}$$

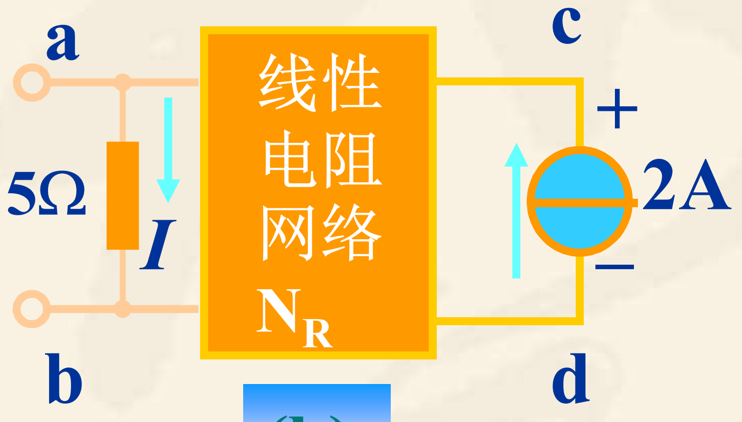
$$I_2 = I'\times 2/(1+2) = 4/3\text{A}$$

$$I = I_1 - I_2 = -2/3\text{A}$$

例3　测得a图中$U_1=10V$，$U_2=5V$，求b图中的电流I。



(a)

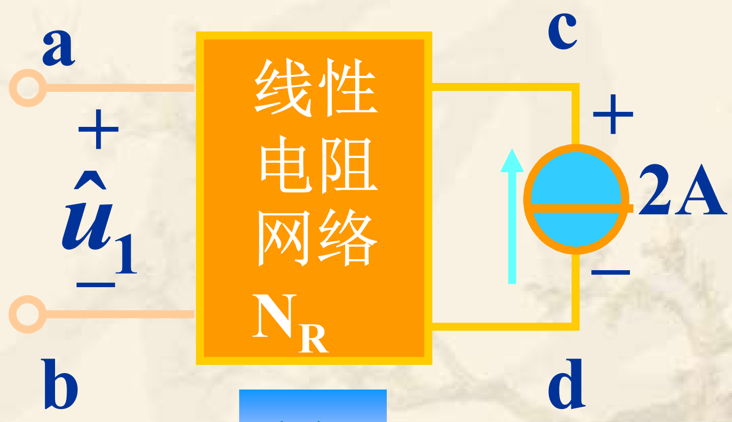


(b)

解1

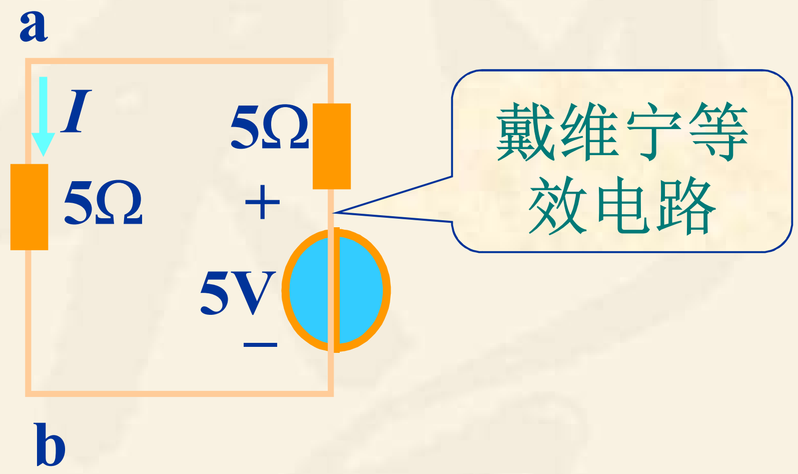
(1) 利用互易定理知c 图的

$$\hat{u}_1 = 5V \text{(开路电压)}$$



(c)

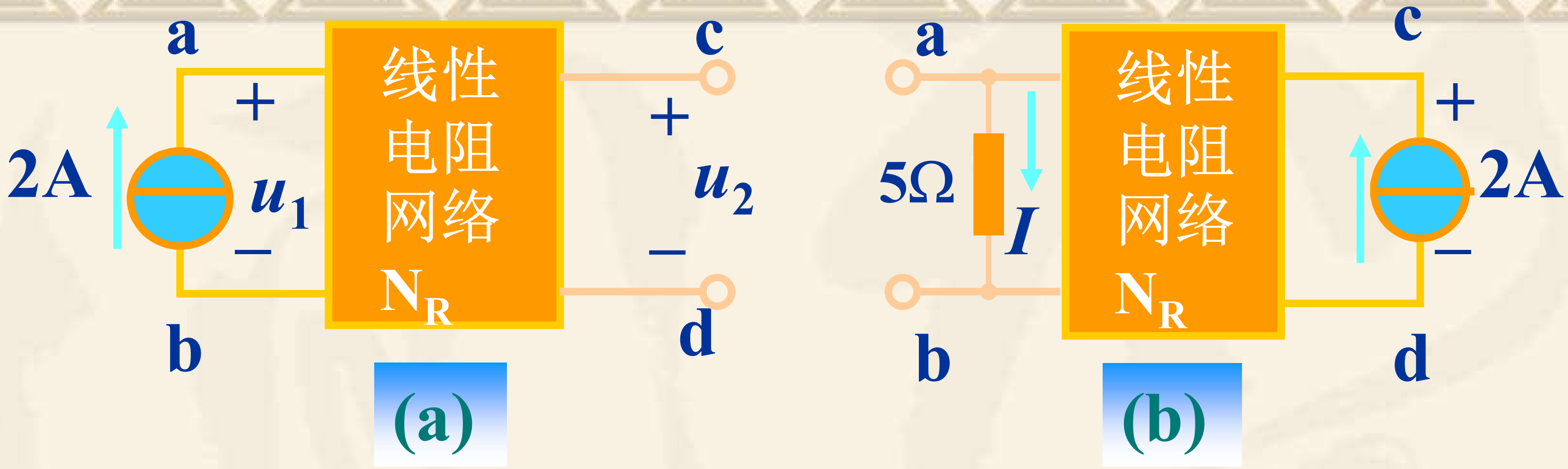
(d)



(2) 结合a图，知c 图的等效电阻：

$$R_{eq} = \frac{u_1}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$\Rightarrow \quad I = \frac{5}{5+5} = 0.5\text{A}$$



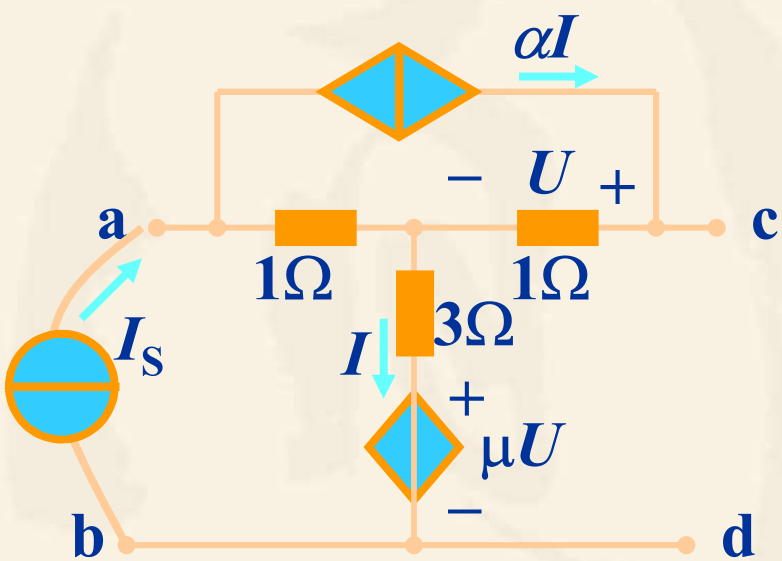
解2 应用特勒根定理：

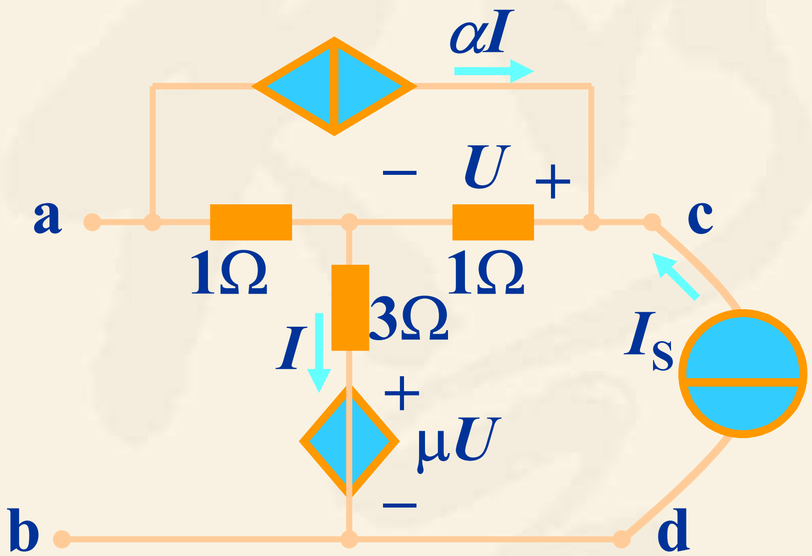
$$u_1\hat{i}_1 + u_2\hat{i}_2 = \hat{u}_1 i_1 + \hat{u}_2 i_2$$

$$10\hat{i}_1 + 5\times(-2) = 5\hat{i}_1\times(-2) + \hat{u}_2\times 0$$

$$\Longrightarrow \quad \hat{i}_1 = I = 0.5A$$

例4 问图示电路α与μ取何关系时电路具有互易性。





解 在a-b端口加电流源，解得：

$$U_{cd}=U+3I+\mu U=(\mu+1)\alpha I+3I=\left[(\mu+1)\alpha+3\right]I_S$$

在c-d端口加电流源，解得：

$$U_{ab}=-\alpha I+3I+\mu U=(3-\alpha)I+\mu(I_S+\alpha I)$$

$$=(\mu+3-\alpha+\mu\alpha)I_S$$

如要电路具有互易性，则：$U_{ab}=U_{cd}$

$$\Rightarrow \quad \left[(\mu+1)\alpha+3\right]=(\mu+3-\alpha+\mu\alpha)$$

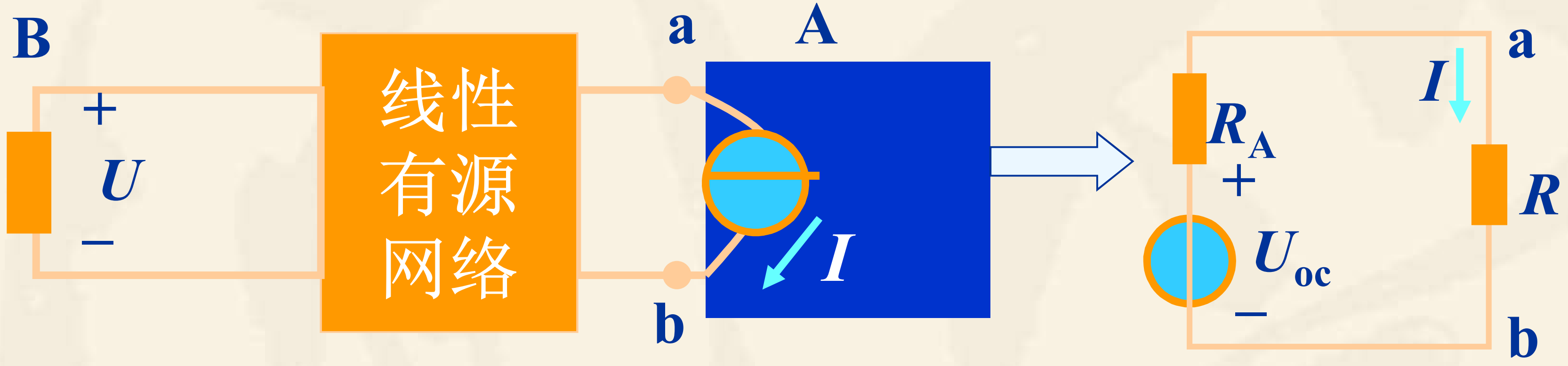
$$\Rightarrow \quad \alpha=\frac{\mu}{2}$$

一般有受控源的电路不具有互易性。

定理的综合应用

例1　　图示线性电路，当A支路中的电阻$R=0$时，测得B支路电压$U=U_1$，当$R=\infty$时，$U=U_2$，已知ab端口的等效电阻为R_A，求R为任意值时的电压U。

解　（1）应用戴维宁定理：　（2）应用替代定理：



（3）应用叠加定理：

$$U = k_1 I + k_2 \quad \begin{cases} R=\infty \rightarrow I=0 \rightarrow U=k_2=U_2 \\ R=0 \rightarrow I=U_{oc}/R_A \\ \rightarrow U=U_1=k_1\dfrac{U_{oc}}{R_A}+k_2 \end{cases}$$

解得：$k_1=\dfrac{U_1-U_2}{U_{oc}}R_A \quad k_2=U_2$

$$U=U_2+\frac{U_1-U_2}{U_{oc}}R_A\times\frac{U_{oc}}{R_A+R}=U_2+\frac{U_1-U_2}{R_A+R}R_A$$